UN TEMA CHE FA DISCUTERE: LA PRIMALITA' DEL NUMERO UNO

di Guido Carolla[1]

Con questa breve nota si vuole affrontare un argomento controverso, intorno al quale la comunità matematica è sempre rimasta in bilico: se considerare, o meno, PRIMO il numero 1.

Nella "Teoria dei numeri", sulla primalità del numero 1, si possono riscontrare più posizioni: innanzi tutto, tenendo presente che un qualunque numero naturale ha infinite fattorizzazioni, lo si può moltiplicare quante volte si vuole per 1; in pratica, non considerando i fattori 1 nella fattorizzazione, è questa una delle ragioni per cui si preferisce affermare che 1 non è un numero primo, anche se soddisferebbe alla definizione: "è divisibile solo per se stesso e per 1".

Tanto per citare qualche testimonianza, mi rimetto al parere del ricercatore di fisica matematica, Andrew Hodges [1] che nel suo libro *Il curioso dei numeri*, a pag. 19 così recita: "I numeri primi formano una successione che inizia con 2, 3, 5, 7,… L'1 non viene considerato primo …", perché considerando l'1 numero primo, è noto che verrebbe disatteso il teorema fondamentale dell'aritmetica che dice: " La scomposizione in fattori primi di un numero naturale è unica, a meno dell'ordine dei fattori." Si sa infatti che ogni numero naturale è caratterizzato dai numeri primi di cui è composto. Es.:

$924 = 2\cdot2\cdot3\cdot7\cdot11 \Rightarrow$ La sequenza (2,2,3,7,11) caratterizza il numero 924.

Se il numero 1 potesse far parte delle fattorizzazioni, non sarebbe più vera l'unicità: ad esempio

$$924 = 2\cdot2\cdot3\cdot7\cdot11 \text{ e } 924 = 1\cdot2\cdot2\cdot3\cdot7\cdot11$$

mentre $924 = 2^2\cdot3\cdot7\cdot11$ è una fattorizzazione equivalente alla prima e non alla fattorizzazione equivalente alla seconda o alla fattorizzazione infinita, visto che 1 può essere moltiplicato infinite volte.

Hodges, a pag. 21, così continua: "Si potrebbe sostenere che l'1 potrebbe essere considerato un numero primo, dal momento che non può essere scomposto. … si potrebbe usare la parola <primo> in modo da includervi l'1, ma in tal caso il teorema fondamentale dell'aritmetica affermerebbe che ogni numero ha una fattorizzazione unica in numeri primi diversi da 1. E' semplicemente per una questione di comodità verbale che i matematici moderni hanno scelto di definire il <numero primo> nel modo indicato."

---

[1] Già docente ordinario di Matematica e dirigente scolastico in ogni ordine di scuola, ora a r.. E-mail guidocarolla@libero.it

Ma, allora evidentemente è solo, come si vedrà anche più avanti, una questione “banale”? Comunque sia, di essa vale la pena ancora parlare.

A nostro avviso, tra l’altro, i motivi per cui 1 possa essere considerato numero primo sono: a) perché non si può prescindere dalla suddetta definizione; b) perché 1 essendo fattore primo di se stesso lo divide esattamente, senza resto; c) perché è divisore di ogni numero, in particolare di un numero perfetto, che è uguale alla somma di tutti i suoi divisori escluso se stesso (6=1+2+3, 28=1+2+4+7+14, con 4=2x2 e 14=2x7, 2 e 7 che sono al pari di 1 fattori primi; altri perfetti sono 496, 8128, etc.); d) perché nella distinzione basata sul numero dei fattori, i numeri interi positivi vengono ad essere divisi in tre classi: un solo fattore, il numero 1; due fattori (uno e se stesso), cioè i numeri primi; più di due fattori, i numeri composti; e) perché 1 è coprimo con ogni numero intero.

Ed ancora, l’opportunità di considerare primo il numero 1 o meno è criticabile: la questione della fattorizzazione infinita è da considerarsi una cosa assurda perché 1 è fattore primo una sola volta, non infinite volte. A conferma di ciò, vi è l’introduzione in matematica della nuova unità di misura infinita [2], numero degli elementi dell’insieme dei naturali $N = \{1, 2, 3, ...\}$, indicato con il simbolo ① chiamato in inglese “grossOne”, cioè unità grande, esso è un numero che si comporta con i numeri 0 e 1 come tutti gli altri numeri, in particolare $①^{0} = 1$ e quindi $1^{①} = 1$. Inoltre si ritiene assurdo escludere 1 dai primi, onde evitare l’annullamento della funzione di Eulero, ma essa sarebbe lo stesso valida se si utilizzassero i primi, facendo l'eccezione per il numero 1! Cioè $\varphi(N) = N\prod_{i=1}^{s}\left(1-\frac{1}{p_i}\right)$, con p_1 il minore (escluso 1) e con p_s il maggiore dei fattori primi di N.

Il sito www.spiega.it riporta: Si definisce NUMERO PRIMO un Numero Intero che e' divisibile solamente per se stesso e per la unità.
Detto in altri termini un NUMERO PRIMO non ha divisori interi: per qualsiasi altro Numero Intero lo si divida , il risultato sarà un Numero Frazionario oppure la divisione avrà un resto . I primi 500 NUMERI PRIMI:

1 - 2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 - 41 - 43 -…

Inoltre, i due test di primalità [4] che seguono confermano che 1 è numero primo:

1) $[(n-1)!+1]/n = k$ intero se n è primo, per *n=1* si ha *k=2*; 2) $\frac{2^n-2}{n} = k$ intero solo se n è primo, per *n=1* si ha *k=0*, per cui segue la definizione di numero naturale N tutti i numeri interi maggiori o uguali a zero, dalla quale si evince che zero è un intero.

Si ritiene che Pierre de Fermat[2] avesse ragione nel considerare 1 numero primo. Infatti, sui numeri primi egli dice [3]: "I numeri 1, 2, 3 sono primi, il numero 4 non è primo perché è il prodotto di 2 per 2 (2x2=4), il numero 5 è primo, il numero 6 non è primo perché…" ed ancora "I numeri primi più piccoli sono 1, 2, 3, 5, 7, 11, …; nessuno di essi può essere diviso, dando come risultato un intero, da un numero diverso da 1 e da se stesso."

L'adozione di 1 come numero primo avviene già da tempo in gran parte del mondo matematico, ad eccezione che negli elenchi dei primi riportati dai libri scolastici che iniziano da 2, con una evidente contraddizione nel riportare anche 1 da 1 nell'elenco dei numeri scomposti in fattori primi.

Infine il Prof. Francesco Di Noto[3], così si esprime sull'argomento: "Il numero 1 spesso viene escluso dalla lista dei numeri primi solo per motivi di banalità, cioè il numero 1 viene considerato un numero primo "banale" e quindi viene omesso. Posso aggiungere che, con la forma aritmetica generale dei numeri primi $P = 6n \pm 1$ (si veda la nota storica su Pietro Bongo nella sezione "Storia" del sito www.gruppoeratostene.com) per moltissimi e infiniti n (ma non tutti), **anche il numero 1 rispetta tale forma, per n = 0,** infatti **6 x 0 +1 = 1**".
Di Noto aggiunge: "Ora, aprirò una parentesi che se pure strettamente esula dall'argomento in oggetto vale la pena sia posta in discussione: infatti anche i numeri primi negativi, introdotti come inversi rispetto alla somma dei numeri primi positivi, potrebbero essere utili, -1 compreso; per esempio, la suddetta forma si potrebbe scrivere anche come $1 \pm 6n$, e in tal caso essa darebbe, col segno +, i numeri primi positivi di forma 6n +1, mentre col segno -, i numeri primi negativi di forma 1- 6n, per esempio 1-6x3 = 1 -18 = - 17 . Invece con la forma $-1 \pm 6n$, col segno + si avrebbero i numeri primi positivi (solo -1 per n = 0), mentre col segno – si avrebbero i numeri primi negativi. Cioè con queste nuove forme tutti i numeri primi, 1 e -1 compresi, tranne i **soli** numeri primi **±2** e **±3**", sarebbero sulle rette **y = 1± 6n** e sulle altre rette **y = -1± 6n**.

Sulla base delle suddette motivazioni, qui si propone di ritenere che 1 sia un numero primo.
Lecce, settembre 2009

BIBLIOGRAFIA

[1]Andrei Hodges "Il curioso dei numeri". Editore Mondatori. 2008
[2]Sergeyev Ya.D. Misuriamo l'infinito: Un semplice modo per insegnare i concetti delle grandezze infinite, *Periodico di Matematiche,* vol. 6(2), 11-26.2006
[3]Amir D. Aczel."L'enigma di Fermat". Edizioni EST. 2000
[4]F. Di Noto – A. Tulumello. "Dimostrazione della congettura di Goldbach", Metodo N. 20/2004, pubblicato sul sito www.geocities.com e "Proposta di dimostrazione del teorema di Goldbach" (aggiornata al 5.9.2009) sul sito www.gruppoeratostene.com, sezione "Lavori Di Noto".

[2] Pierre de Fermat vissuto nel Seicento, tra l'altro fondatore della "Teoria dei numeri" e denominato il "principe dei dilettanti" nel primo novecento dallo storico E. T. Bell.

[3] Componente del sito www.gruppoeratostene.com ,studioso e teorico di matematica. E-mail: francodinoto@libero.it