

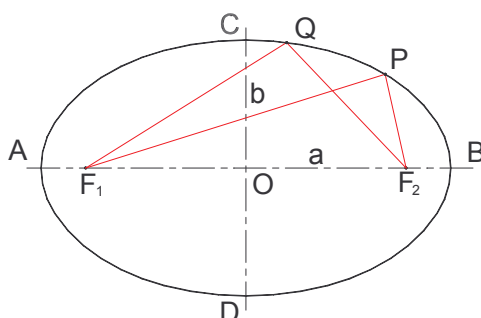
SEZIONE CONICHE

Si ricorda che la superficie conica è una superficie generata dalla rotazione di 360° di una retta, detta generatrice, attorno ad un asse incidente in un punto detto nel vertice, pertanto, la superficie conica è formata da due falde illimitate che si toccano nel vertice.

Premesso quanto sopra, prima di trattare le coniche, curve che si ottengono dalla sezione piana di una superficie conica, si fa presente che queste curve sono molto importanti e sono riprese in altre discipline, in particolar modo saranno definite mediante delle equazioni di secondo grado nel programma di matematica. Le coniche già note ai greci antichi, il primo che se ne interessò fu Apollonio (262 a.C. – 180 . C.), sono state ampiamente studiate dai matematici del '600.

CIRCONFERENZA

La circonferenza è la sezione conica ottenuta con un piano secante avente giacitura perpendicolare rispetto all'asse.



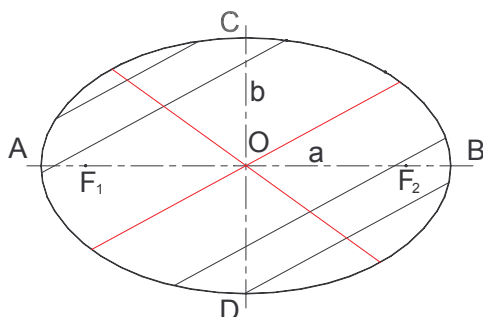
ELLISSE

L'ellisse è la sezione conica ottenuta con un piano secante avente giacitura inclinata rispetto all'asse e taglia una sola falda del cono.

Si definisce come luogo geometrico dei punti che soddisfa la seguente relazione:

$$PF_1 + PF_2 = QF_1 + QF_2 = \text{costante} \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{equazione})$$

Un qualsiasi segmento che unisce due punti si chiama corda. Tutti i punti medi di corde parallele formano un segmento detto asse della conica che si dice coniugato ad una qualsiasi corda che lo determina. Se tra le corde perpendicolare all'asse consideriamo quella che passa per il centro dell'ellisse otterremo due assi coniugati. Tra gli infiniti assi ve ne sono due di simmetria perpendicolari, detti asse maggiore e asse minore. Sull'asse

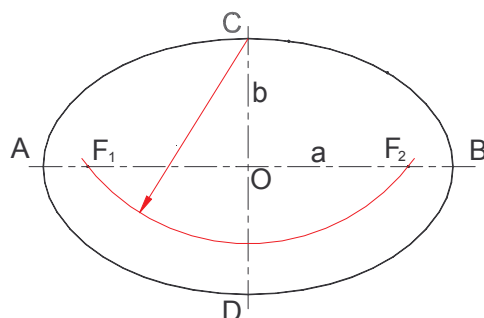


maggiore vi sono due punti F_1 e F_2 detti fuochi, simmetrici rispetto al centro O .

Si vede subito che il valore della costante è pari all'asse maggiore. Infatti applicando la relazione per un punto dell'asse maggiore per es. B si ha:

$$BF_1 + BF_2 = AB$$

infatti essendo $BF_1 + AF_1 = AB$ e per simmetria $AF_1 = BF_2$ pertanto



$$BF_1 + BF_2 = BF_1 + AF_1 = AB$$

La posizione dei fuochi sull'asse maggiore si trova facilmente dalla seguente osservazione. Applichiamo la definizione al punto C

$$CF_1 + CF_2 = AB$$

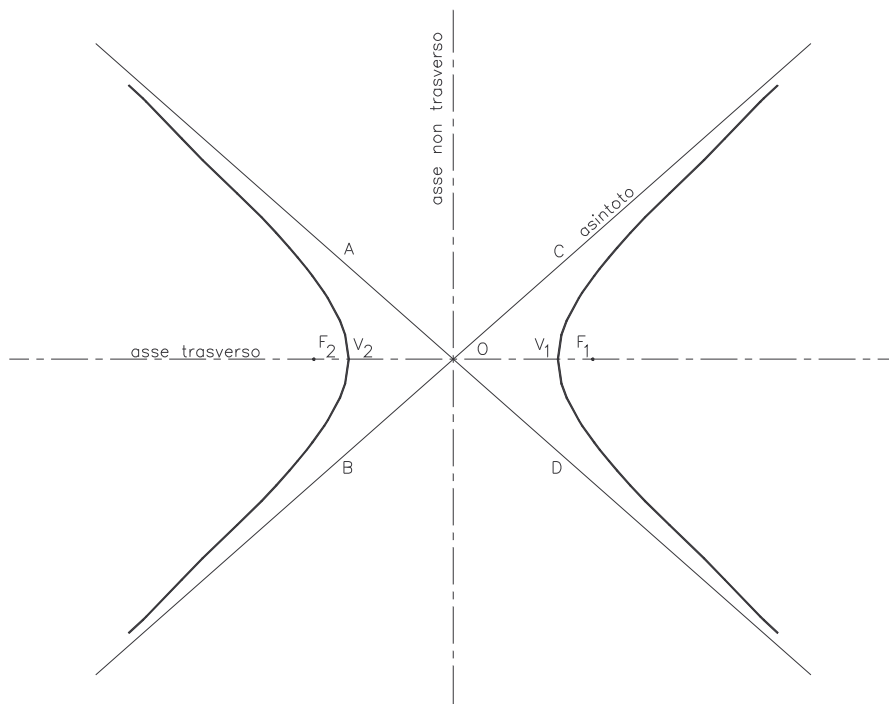
per simmetria $CF_1 = CF_2$ quindi $2 CF_1 = AB$ da cui si ricava che

$$CF_1 = \frac{AB}{2}$$

quindi noti gli assi maggiore e minore i fuochi sull'asse maggiore sono determinati dall'intersezione di un arco di circonferenza di centro C o D e raggio $AB/2$.

IPERBOLE

Questa conica si ottiene sezionando la superficie conica con un piano parallelo all'asse, è definita come il luogo geometrico dei punti la cui differenza delle distanze da due punti fissi detti **fuochi** è costante.



L'iperbole è formata da due rami simmetrici rispetto ad una coppia di assi ortogonali, detti **asse trasverso** quello passante per i due fuochi, **asse non trasverso** l'altro. L'asse trasverso interseca i due rami della curva nei **vertici**. Due rette tangenti alla curva all'infinito sono detti **asintoti** e rappresentano le due generatrici della superficie conica che si ottengono sezionandola con un piano contenente l'asse del cono parallelo a quello che genera l'iperbole.

Quando gli asintoti sono perpendicolari, l'iperbole si dice equilatera. La superficie conica, in questo caso, ha la generatrice a 45° rispetto all'asse.