

QUESITO	RISPOSTA e DIMOSTRAZIONE
<p>La somma dei cubi delle radici sia m</p> $x_1^3 + x_2^3 = m$	<p>Si pone: $\frac{-b(b^2 - 3ac)}{a^2} = m$ (oppure $\frac{-b^3 + 3abc}{a^3} = m$)</p> <p>Dimostrazione: $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) =$ $= \left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3\frac{c}{a}\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b^3}{a^3} + \frac{3bc}{a^2} = \frac{-b^3 + 3abc}{a^3} = -\frac{b(b^2 - 3ac)}{a^2}$</p>
<p>La somma dei quadrati dei reciproci delle radici sia m</p> $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = m$	<p>Si pone: $\frac{b^2 - 2ac}{c^2} = m$</p> <p>Dimostrazione: $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1^2 \cdot x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2} =$ $= \frac{\left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{c}{a}}{\left(\frac{c}{a}\right)^2} = \frac{\frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a}}{\frac{c^2}{a^2}} = \frac{\frac{b^2 - 2ac}{a^2}}{\frac{c^2}{a^2}} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2} \cdot \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$</p>
<p>La differenza delle radici sia m</p> $x_1 - x_2 = m$	<p>Si mettono a sistema: $\begin{cases} x_1 - x_2 = m \\ x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$; si ricavano x_1 e x_2 e i valori trovati si sostituiscono nella $x_1x_2 = \frac{c}{a}$</p>
<p>Le radici siano una il reciproco dell'opposto dell'altra: $x_1 = -\frac{1}{x_2}$</p>	<p>Si pone: $\frac{c}{a} = -1$</p> <p>Dimostrazione: $x_1 = -\frac{1}{x_2} \rightarrow x_1 \cdot x_2 = -1 \rightarrow \frac{c}{a} = -1$</p>
<p>Una radice sia triplo dell'altra: $x_1 = 3x_2$</p>	<p>Si mettono a sistema: $\begin{cases} x_1 = 3x_2 \\ x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$; si ricavano x_1 e x_2 e si sostituiscono i valori trovati nella $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$</p>
<p>Deve risultare:</p> $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$	<p>Si pone: $-\frac{b}{a} = \frac{c}{a}$ cioè $b = -c$</p>
<p>Deve risultare:</p> $x_1^2 + x_2^2 = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$	<p>Si pone: $\left(\frac{c}{a}\right)^2 = 1$ cioè $a^2 = c^2$</p> <p>Dimostrazione: $x_1^2 + x_2^2 = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} \rightarrow (x_1^2 + x_2^2) = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 x_2^2} \rightarrow$ \rightarrow cioè $x_1^2 x_2^2 = 1 \rightarrow (x_1 x_2)^2 = 1 \rightarrow \left(\frac{c}{a}\right)^2 = 1 \rightarrow$ $\rightarrow \frac{c^2}{a^2} = 1 \rightarrow c^2 = a^2$</p>