*Riscoprire..."l'acqua calda" a volte*
.
*può non essere del tutto inutile*
.
*Claudio Gorla*

**ALCUNE REGOLARITA' DAI NUMERI PRIMI (I PARTE)**

di CAROLLA GUIDO[1]

*Sunto*. Lo scopo del presente articolo e' quello di evidenziare alcune regolarità riscontrabili dai numeri primi; partendo dai primi gemelli per i quali sono note le tre famiglie di coppie di numeri, si e' ampliata la ricerca alle differenze tra due primi consecutivi e non, fino a trovare tutti i raggruppamenti delle diverse famiglie di coppie di primi e quindi di osservare alcune evidenti regolarità, per concludere con le formule generali che permetteranno di ottenere, per ogni gap, tutte le coppie di numeri primi, a qualunque relativa famiglia appartengano. Si sono fatti pochi esempi, allo scopo di rendere breve l'esposizione e per dare spazio al lettore di farne altri. Un'Appendice riporta alcune anticipazioni sul contenuto della II parte, che al momento è oggetto di ulteriore studio.

**SOME REGULARITY OF PRIME NUMBERS** (Part One)

*Abstract*. The purpose of this article 'to highlight some regularity found by prime numbers, starting from the first twins for which are known families of the three pairs of numbers, has' expanded the search to differences between the first two consecutive and not until to find all the different groupings of families of pairs of first and then to observe some obvious regularity, to conclude with the general formulas that will be used to obtain for any gap, all pairs of prime numbers, whatever its family owned. There has been few examples in order to make the short exposure and give space for the reader to make others. An shows some advances on the content of the second part, which is currently the subject of further study.

*Introduzione*

La seguente premessa elementare , della quale si esonera il lettore esperto nella teoria dei numeri primi, permette di poter immediatamente comprendere l'argomento in esame e che potrà essere capito anche saltando temporaneamente la lettura di qualche "proposizione". Fatta eccezione per il numero primo 3, la somma, ripetuta fino ad una sola cifra, delle cifre di ogni numero primo (tutti i numeri primi, eccetto il 2, hanno l'ultima cifra che e' sempre 1, 3, 7, 9) appartiene all' insieme formato dai numeri 1, 2, 4, 5, 7, 8, al contrario di quanto si verifica per ogni numero dispari composto, la cui stessa sommatoria appartiene ovviamente all'insieme delle cifre da 1 a 9, che si ha dall'unione del primo insieme con quello formato da 3, 6, 9, in quanto in quest'ultimo insieme sono comprese le somme delle cifre, fino ad una sola, dei numeri composti divisibili per 3.

.

[1] Docente ordinario di Matematica e Dirigente scolastico in ogni ordine di scuola a r.; e-mail guidocarolla@libero.it

1. *I gap e le famiglie*

Ora, si è fatto riferimento all' articolo [1], pubblicato recentemente sul "Periodico di matematiche", dal quale risulta: che tutte le coppie di numeri primi gemelli, all'infuori della coppia 3, 5, appartengono a sole tre famiglie (5 - 7), (2 – 4), (8 – 1), che si ottengono dalla somma delle cifre che compongono il numero primo della coppia e se il numero ottenuto non è un numero costituito da una sola cifra, si sommano ancora progressivamente le cifre fino ad ottenere un numero a una sola cifra; che tutte le coppie di numeri primi gemelli, a qualunque delle tre famiglie appartengano, sono sempre del tipo 6n-+1, con n intero >=1, fatte le debite esclusioni per n=4,6,8,9,..., con i quali valori si ottengono coppie nelle quali uno o due numeri sono composti (n. d. a.).

Con detto riferimento, si è estesa analogamente la ricerca anche alle coppie di primi la cui differenza, detta gap, sia un numero pari > 2, per cui si sono compilate le seguenti "illimitate" tabelle, per le quali il lettore potrà provare ad integrarle adeguatamente con qualsiasi coppia di primi. Per il gap=2 sui numeri primi gemelli , con esclusione della coppia di 3, 5, si riportano nella tab. 1 tre famiglie che si indicano con i due termini in parentesi , ottenuti, come detto, dalle somme fino ad una sola cifra dei due primi gemelli e sotto alcune coppie degli stessi. Analogamente si procede per i rimanenti gap.

tab. 1, gap=2, vi sono tre famiglie:

| | | |
|---|---|---|
| (5 – 7), | (2 – 4), | (8 – 1) |
| 5, 7 | 11, 13 | 17, 19 |
| 41, 43 | 29, 31 | 71, 73 |
| 59, 61 | 101,103 | 107,109 |
| ........ | ........... | ............ |
| ........ | ........... | ............ |

tab. 2, gap=4, tre famiglie:

| | | |
|---|---|---|
| (7 -2), | (4 – 8), | (1 – 5) |
| 7, 11 | 13, 17 | 19, 23 |
| 43, 47 | 67, 71 | 37, 41 |
| 79,83 | 193,197 | 127,131 |
| 97, 101 | 103,107 | 109,113 |
| ......... | ........... | ........... |

tab. 3, gap=6, vi sono sei famiglie:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (5 – 2), | (4 – 1), | (2 – 8), | (8 – 5), | (7 – 4), | (1 – 7) |
| 23, 29 | 31, 37 | 47, 53 | 53, 59 | 61, 67 | 73, 79 |
| 131,137 | 157,163 | 83, 89 | 233,239 | 151,157 | 433,439 |
| 167,173 | ........... | 173,179 | ........... | ........... | ........... |
| ........... | ........... | ............ | ........... | ........... | ............ |

tab. 4, gap=8, tre famiglie:

| | | |
|---|---|---|
| (2 – 1), | (5 – 4) | (8 – 7) |
| ......... | ........... | ........... |
| 479,487 | 401,409 | 449,457 |
| 911,919 | 491,499 | 683,691 |
| ............ | ........... | ........... |

tab. 5, gap=10, tre famiglie:

| | | |
|---|---|---|
| (4 – 5), | (1 – 2), | (7 – 8) |
| 139,149 | 181,191 | 241,251 |
| 283,293 | ........... | ........... |
| ........... | ........... | ........... |

tab. 6, gap=12, di nuovo sei famiglie:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (1 – 4), | (2 – 5), | (4 – 7), | (5 – 8), | (7 – 1), | (8 – 2) |
| ......... | ......... | ......... | ......... | .......... | .......... |
| ......... | ......... | ......... | ......... | .......... | .......... |

tab. 7, gap=14, tre famiglie:

| | | |
|---|---|---|
| (2 – 7), | (5 – 1), | (8 – 4) |
| ......... | .......... | .......... |
| ......... | .......... | .......... |

tab. 8, gap=16, tre famiglie:

| | | |
|---|---|---|
| (1 – 8), | (4 -2), | (7 – 5) |
| .......... | ......... | ......... |
| .......... | ......... | ......... |

.

tab. 9, gap=18 e gap=0, ancora sei famiglie:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (1 - 1), | (2 – 2), | (4 – 4), | (5 – 5), | (7 – 7), | (8 – 8) |
| ......... | .......... | .......... | .......... | .......... | .......... |
| ......... | .......... | .......... | .......... | .......... | .......... |

Nelle tabelle di cui sopra sono state riportate solo coppie di primi consecutivi, però come già detto le coppie di primi, da mettere in relazione con le varie famiglie, possono essere costituite anche da primi non consecutivi.

2. *Le proposizioni*

Si fa presente che da ora in poi si daranno, sotto forma di "proposizioni", alcune ricorrenti regolarità, che spiegano anche il motivo per cui si e' sorvolato nel non riportare, nelle tabelle di cui sopra, altre coppie di numeri primi.

Proposizione 1 Ai gap=6, ai suoi multipli 12, 18 e al gap=0 appartengono 6 famiglie, in tutto 18 famiglie; agli altri gap= 2, 4, 8, 10, 14, 16 ed ai loro multipli appartengono 3 famiglie, in tutto altre 18

Proposizione 2 Le tre o sei famiglie dei vari gap sono formate tutte dai soli numeri 1, 2, 4, 5, 7, 8.

Proposizione 3 La prima terna possibile di coppie di gemelli (5, 7), (11, 13), (17, 19), i cui elementi sono tutti consecutivi, che caratterizza le tre relative famiglie (5 – 7), (2 – 4), (8 – 1) è anche in assoluto la prima terna di coppie di numeri primi tutti consecutivi. A distanza di un solo primo segue la terna di coppie di primi consecutivi, di gap=4, (7, 11), (13, 17), (19, 23) e a breve anche la terna (97, 101), (103, 107), (109, 113), entrambe caratterizzanti la famiglia (7 – 2), (4 – 8), (1 – 5).

Proposizione 4 Pur senza l'uso delle coppie di numeri primi, e' sempre possibile ottenere le coppie caratterizzanti le famiglie, ad esempio per il gap=12, la cui somma delle cifre dà 3, partendo rispettivamente da 1, 2, 4, 5, 7, 8, si ha 1+3=4, quindi la famiglia (1 – 4), così per ogni altra famiglia da 2 si ha il secondo numero 2+3=5 e quindi (2 - 5), per ottenere (7 – 1) si procede nella somma fino ad una sola cifra, cioè 7+3=10 e 1+0=1, ecc.

Proposizione 5 Procedendo con le somme ripetute delle cifre fino ad una sola cifra di qualsiasi gap si perviene nell'ordine ai seguenti gap che si ripetono di nove in nove 2, 4, 6, 8, (1), (3), (5),(7), (9) con i relativi gap equivalenti, avendo indicato con parentesi i cinque gap (1), (3), (5), (7), (9), questi ultimi impropri perché non possono essere vere differenze tra numeri primi.

Dalla tabella 10 dei gap tra i numeri primi, dei gruppi di famiglie, del numero di famiglie dei gruppi, della somma della coppia di numeri di ogni famiglia e della sommatoria fino ad una sola cifra relativa a ciascun gruppo, si notano tutte le evidenti regolarità, espresse nelle varie proposizioni.

tab. 10

| Gruppi equivalenti di gap tra due num. primi | Gruppi famiglie | Num. famiglie | Som. nn. cc. famiglia | Som. d. som. |
|---|---|---|---|---|
| 2, 20, 38, 56, 74, 92, ... | (2 - 4),(5 – 7),(8 – 1) | 3 | 6, 3, 9 | 9 |
| 4, 22, 40, 58, 76, 94, ... | (1 – 5),(4 – 8),(7 – 2) | 3 | 6, 3, 9 | 9 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6, 24, 42, 60, 78, 96, ... | (1–7),(2 -8 ),(4 -1),(5-2),(7-4),(8-5) | 6 | 8, 1, 5, 7, 2, 4 | 9 |
| 8, 26, 44, 62, 80, 98, ... | (8 - 7),(2 – 1),(5 – 4) | 3 | 6, 3, 9 | 9 |
| (1),10,28,46, 64, 82, ... | (1 – 2),(4 – 5),(7 -8) | 3 | 3, 9, 6 | 9 |
| (3),12,30,48, 66, 84, ... | (1–4),(2-5),(4-7),(5-8),(7-1),(8-2) | 6 | 5, 7, 2, 4, 8, 1 | 9 |
| (5),14,32,50, 68, 86, ... | (2 – 7),(5 – 1),(8 -4) | 3 | 9, 6, 3 | 9 |
| (7),16,34,52, 70, 88, ... | (1 - 8),(4 - 2),(7 – 5) | 3 | 9, 6, 3 | 9 |
| (9),0,18,36,54,72,90, ... | (1-1),(2-2),(4-4),(5-5),(7-7),(8-8) | 6 | 2, 4, 8, 1, 5, 7 | 9 |
| Totali 9 | 9 | 36 | 9 | 9 |

La seguente tabella 11 riepiloga ordinatamente tutte le famiglie di coppie di numeri primi

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (1-1) | (1-2) | (1-4) | (1-5) | (1-7) | (1-8) |
| (2-1) | (2-2) | (2-4) | (2-5) | (2-7) | (2-8) |
| (4-1) | (4-2) | (4-4) | (4-5) | (4-7) | (4-8) |
| (5-1) | (5-2) | (5-4) | (5-5) | (5-7) | (5-8) |
| (7-1) | (7-2) | (7-4) | (7-5) | (7-7) | (7-8) |
| (8-1) | (8-2) | (8-4) | (8-5) | (8-7) | (8-8) |

Proposizione 6 Il numero delle possibili famiglie delle coppie di primi sono in totale 36 e quello dei gruppi di famiglie e' 9.

Proposizione 7 Come detto all'inizio per i primi gemelli, fatta eccezione per i primi 2, 3, per tutte le coppie di numeri primi del primo gap dei vari gruppi, a qualunque famiglia appartengano, sono stati calcolati per mezzo di semplici calcoli i relativi tipi o formule caratteristiche, che si riportano con qualche esempio:

Tutte le coppie di numeri primi di gap=4, a qualunque delle tre famiglie, (7 – 2), (4 – 8), (1 – 5), appartengano, sono del tipo o scaturiscono da 3n-+2, con n dispari >=3, escludendo n appartenente all'insieme 9,11,17,19,21,25,...; es. per n=3 si ha la coppia 7, 11; per n=5 si ha 13, 17, ecc.

Per il gap=6, le coppie di primi sono del tipo 2n-+3, con n intero >=4; es. per n=50 si ha la coppia 97, 103 della famiglia (7 – 4), ecc.

Per il gap=8, le coppie di primi scaturiscono da 3n-+4, con n dispari >=3; es. per n=31 si ha la coppia 89, 97 della famiglia (8 – 7); per n=35 si ha la coppia di primi non consecutivi 101, 109 della famiglia (2 – 1), ecc.

Per il gap=10, le coppie di primi si hanno da 6n-+5, con n intero >=2 ; es. per n=24 si ha la coppia 139, 149, della famiglia (4 – 5), ecc.

Per il gap=12, le coppie di primi scaturiscono dalla formula n-+6, con n dispari >=11, appartenendo sempre ad una delle sei famiglie già indicate.

Per il gap=14, tutte le coppie di primi a qualunque delle famiglie (2 – 7), (5 – 1), (8 – 4) appartengano, sono sempre del tipo 6n-+7, con n intero >=4.

Per il gap=16, tutte le coppie di primi a qualunque delle famiglie (1 - 8), (4 - 2), (7 - 5) appartengano, sono sempre del tipo 3n-+8, con n dispari >=5.

Per il gap=18 e per il gap-0, tutte le coppie di primi a qualunque delle famiglie (1 - 1), (2 – 2), (4 – 4), (5 – 5), (7 – 7), (8 – 8) appartengano, sono rispettivamente sempre del tipo 2n-+9, con n intero >=7 e n-+0, con n dispari >=5.

3. *I tipi o formule generali*

Infine nella seguente tab.12 si riportano, per ciascun gruppo di gap equivalenti, i relativi tipi o le formule generali che permetteranno di ottenere, per ogni gap, tutte le coppie di numeri primi, a qualunque relativa famiglia appartengano, ad esclusione dei primi 2 e 3. Si noti che quando il coefficiente di n è dispari e il gap/2 è pari allora n e' sempre dispari, se invece il gap/2 è dispari allora n e' sempre pari.

tab. 12

| Gruppi di gap equivalenti | Tipo o formula generale | Variazione di n |
|---|---|---|
| a 2, a 10, a 14 | 6n-+gap/2 | n intero >=1 |
| a 4, a 8, a 16 | 3n-+gap/2 | n intero >=3 |
| a 6, a 18 | 2n- +gap/2 | n intero >=4 |
| a 12 | n-+gap/2 | n intero >=11 |

4. *Conclusioni*

Con una ricerca abbastanza approfondita non sono stati trovati argomenti simili all'articolo citato ed al presente, ma non si vuole escludere che , data l'elementare trattazione, possa averla già fatta EULERO o qualcun altro, secoli fa. Forse, se l'argomento trattato dovesse risultare innovativo, aprirebbe le porte a possibili miglioramenti dei risultati nel campo della teoria dei numeri primi.

## *Appendice*

Si è voluto procedere, in riferimento rispettivamente alla 3^ 4^ e 5^ proprietà dell'articolo [1] già citato, ad una sintetica applicazione delle stesse, estendendo il discorso ai gap>=4, come premessa del parziale contenuto della II parte.

<u>Proposizione a)</u> La somma delle cifre del primo elemento di una coppia qualsiasi di primi consecutivi, relativi ai gap=2, 8, 14 e loro equivalenti, oppure ai gap 4, 10, 16 e loro equivalenti, appartiene rispettivamente all'insieme 2, 5, 8, oppure all'insieme 1, 4, 7, e non può appartenere all'insieme 1, 4, 7, oppure all'insieme 2, 5, 8, perché in entrambi i casi non solo i successivi numeri dispari ( col gap=2, non ve ne sono) ma anche il secondo maggiore numero (che è primo) del relativo gap, sarebbero divisibili per uno o più numeri primi dell'insieme 3, 5, 7, 11, 13,…; invece, la stessa somma delle cifre del primo o del secondo elemento di una coppia qualsiasi di primi relativi ai gap= 6, 12, 18 e loro equivalenti appartiene sempre all'insieme completo 1, 2, 4, 5, 7, 8.
Per esplicitare quanto detto e per brevità si riporta un solo esempio: dati i primi 683, 691 di gap=8 con 683, la cui somma delle cifre fino ad una sola è s(683)=8, appartenente all'insieme 2, 5, 8, non può appartenere all'insieme 1, 4, 7, altrimenti al pari dei successivi dispari 685 (divisibile per 5),

687(divisibile per 3), 689 (divisibile per 13), il consecutivo 691(primo) sarebbe anch'esso divisibile per altri primi, il che è assurdo.

<u>Proposizione b)</u> Le somme di due numeri primi relative ai gap=2, 4, 8, 10, 14, 16 sono tutte multiple di 6, ossia per h<k si ha ph+ pk=6m; per le somme dei due primi gap= 2, 10, 14, con m pari >=2; per le somme dei due primi gap=4, 8, 16, con m dispari >=3. Infatti dette somme sono divisibili per 2 perché pari e sono divisibili per 3 in quanto le somme delle cifre ripetute fino ad una sola appartiene all'insieme 3, 6, 9.
Le somme di due numeri primi relative ai gap= 6, 12, 18 sono multiple di 2, ossia si ha ph+pk= 2m; per le somme dei due primi gap 6, 18, con m pari >=8; per la somme dei due primi gap= 12, con m dispari >= 13. Infatti dette somme sono divisibili per 2 perché pari ed hanno la conseguente somma delle cifre ripetuta fino ad una sola che appartiene all'insieme 1, 2, 4, 5, 7, 8, e non può appartenere all'insieme 3, 6, 9, perché detta somma non è divisibile per 3.

<u>Proposizione c)</u> La 5^ proprietà del citato articolo [1] sui primi gemelli, applicata alle coppie di primi successive anche non consecutive, dei vari gap, consente di dire che le distanze tra i primi elementi delle due coppie sono multiple di :
3 per le coppie di gap=4, 8, 16; 2 per le coppie di gap=6, 18; 6 per le coppie di gap=2, 10, 14; 1 per le coppie di gap=12.
Se la distanza è multipla di 3, in quanto la somma delle cifre, fino ad una sola, dei primi elementi delle due coppie di gap=4, 16 appartengono all'insieme 1, 4, 7 e pertanto la somma delle cifre, fino ad una sola, della distanza, in qualsiasi combinazione possibile, appartiene all'insieme 3, 6, 9; per il gap=8, in quanto le somme delle cifre, fino ad una sola, dei primi elementi delle due coppie appartengono all'insieme 2, 5, 8 e pertanto la somma delle cifre, fino ad una sola, della distanza, in qualsiasi combinazione possibile, appartiene all'insieme 3, 6, 9.
Se la distanza è multipla di 2, appartengono rispettivamente all'insieme 1, 2, 4, 5, 7, 8 la somma delle cifre, fino ad una sola, dei primi elementi e all'insieme da 1 a 9 la somma delle cifre, fino ad una sola, delle distanze.
Se la distanza è multipla di 6, per il gap=10 si veda ciò che accade per il gap=4, per il gap 14, si veda ciò che accade per il gap=8. Infine , per il gap=12, con la distanza che è multipla di 1, si veda ciò che accade per la distanza multipla di 2.

<u>Proposizione d)</u> La tab. 10 riporta implicitamente ogni numero pari dei vari gap e, con il riferimento a tutte le 36 famiglie, le infinite coppie di numeri primi consecutivi e non. Per i soli primi consecutivi, vi è una relazione con la congettura di Polignac (1849) [11], [12] che dice: "Ogni numero pari è ottenibile come differenza di infinite coppie di numeri primi consecutivi".

<u>Proposizione e)</u> Partendo dall'osservazione della tab. 10, dalle precedenti tabelle e da qualche esempio numerico si otterranno le tabb. 13 e 14. Ess.: data una coppia qualsiasi di numeri primi 17, 19 della famiglia (8 – 1), si ha 17+19=36, 3+6=8+1=9; data la coppia di primi 241, 251 della famiglia (7 – 8), si ha 241+251=492, 4+9+2=7+8=15, 1+5=6, ecc.; per cui si può asserire: la somma dei numeri che caratterizzano una famiglia di coppie di primi è congruente alla somma delle cifre ripetute fino ad una sola della somma dei due primi costituenti la coppia. Quindi sostituendo dalla tab. 10 al posto delle 36 famiglie le somme delle cifre ripetute fino ad una sola dei due numeri caratterizzanti le stesse, si possono scrivere le due tabelle seguenti:

.

tab. 13

| Gap equivalenti a | Somme ripetute dei due numeri delle36famiglie |
|---|---|
| 2 | 6, 3, 9 |
| 4 | 6, 3, 9 |
| 6 | 8, 1, 5, 7, 2, 4 |
| 8 | 3, 9, 6 |
| 10 | 3, 9, 6 |
| 12 | 5, 7, 2, 4, 8, 1 |
| 14 | 9, 6, 3 |
| 16 | 9, 6, 3 |
| 18, 0 | 2, 4, 8, 1, 5, 7 |

Tab. 14

| Gruppi gap equivalenti a | Somme ripetute dei due numeri di ogni famiglia |
|---|---|
| 2, 4, 8, 10, 14, 16 | 3, 6, 9 |
| 6, 12, 18, 0 | 1, 2, 4, 5, 7, 8 |

Le tabelle 13, 14 implicitamente contengono ogni numero pari ed infinite coppie di numeri primi, comprese le coppie di primi non distinti dell'ultima riga di entrambe relative al gap=0. Pertanto, una delle due o entrambe le tabelle soni in evidente relazione con la congettura di Goldbach (1742) [11], [12] che dice: "Ogni numero pari > 2 è somma di due numeri primi non necessariamente distinti".

P. S. Al lettore si rivolgono le otto seguenti domande:
Vi sono sequenze di sei numeri primi consecutivi, la cui somma delle cifre di ciascuno di essi, fino ad una sola, dia:
1) la sequenza non ordinata 1, 2, 4, 5, 7, 8 ?;
2) la sequenza ordinata 1, 2, 4, 5, 7, 8 ?;
3) le sei sequenze di sei volte 1, sei 2, sei 4, sei 5, sei 7, sei 8 ? (indipendentemente, cioè con l'una che possa escludere le altre).
In ogni caso, affermativo o negativo, separatamente si propongono le relative congetture.

Londra, Natale 2008 – Capodanno 2009

*Bibliografia*

[1] Antonio Della Rocca – Alberto Trotta, "Alcune proprietà significative dei numeri primi gemelli", Periodico di matematiche, Organo della Mathesis, N. 2 Mag-Ago 2008 Vol. 1 Serie X Anno CXVIII

[2] S. Lang, "La Bellezza della Matematica", Torino, Bollati Boringhieri, 1991

[3] J. H. Conway & R. K. Guy, "Il libro dei numeri", Milano, Hoepli, 1999

[4] H. Davenport, "Moltiplicative Number Theory" (Graduate Texts in Mathematics, Vol. 74), Berlin, Springer Verlag, 2000

[5] David Wells, “Personaggi e paradossi della Matematica”, Milano, Arnoldo Mondatori Editori S. p. A., 2002

[6] Carolla G., “Formula $p_k = p_h + 2 \cdot n$ dei numeri primi ed altre considerazioni (I parte)” riportato per gentile concessione della Mathesis in www.matematicamente.it, nella sezione Approfondimenti: ricerche di appassionati dei “Numeri per tutti”, a seguito comunicazione in Congresso Nazionale della Mathesis di Vico Equense (NA), località Seiano – 3,4,5,6 Novembre 2003. Riportato anche su www.desmatron.altervista.org/number_theory/goldbach.php

[7] Carolla G., “Considerazioni su tre congetture matematiche (II parte)” riportato sul sito www.matematicamente.it nella sezione Approfondimenti: ricerche di appassionati dei “Numeri per tutti”, 2003

[8] Carolla G., “ I numeri primi di Fibonacci sono infiniti?”, riportato sul sito www.matematicamente.it, nella sezione Approfondimenti: ricerche di appassionati dei “Numeri per tutti”, 2004

[9] Carolla G.-Maggiore F., “Dimostrazioni per deduzione e per induzione”, riportato sul sito www.matematicamente.it, nella sezione Approfondimenti: idee interessanti. 2005

[10] Carolla G., Una nota sull’articolo “Formula ... dei numeri primi ed altre considerazioni (I parte)”, riportato sul sito www.matematicamente.it nella sezione Approfondimenti: ricerche di appassionati dei “Numeri per tutti”, 2006

[11] Carolla G., “Alcuni problemi irrisolti”, riportato sul sito www.matematicamente.it nella sezione Approfondimenti – Matematica, 2007 (v. “Nota integrativa…” che segue)

[12] Carolla G., “Risolte le congetture di Goldbach e Polignac?” e relativa “Nota integrativa…”, riportati sul sito www.maecla.it nella sezione Matematica, Problemi, articoli, …,2007

Facendo riferimento ai lavori sui numeri primi dello stesso autore, si sono indicati i siti che li riportano, ma gli articoli si potranno consultare direttamente anche con “Google”.