

LA LOGICA UNITARIA DEI TRE PRINCIPI DELLA DINAMICA NEWTONIANA.

Appunti e riflessioni di Nicola SANTORO.

Sovente, almeno nella maggioranza dei casi, sento spesso enunciare e discutere i tre principi della dinamica classica (meccanica) come se si trattassero di argomenti a sé stanti, come avulsi da un comune contesto, o, peggio ancora, come se ciascuno possedesse una definizione (quasi mnemonica) che nulla ha a che spartire con le altre due. In questi brevi appunti cercherò (mi sforzerò) di attribuire quel carattere di unitarietà ai tre principi suddetti. Se il mio sforzo sarà andato a buon fine lo lascerò giudicare da quanti (colleghi, studenti, o semplici lettori) avranno la bontà di seguirmi in questo non facile percorso.

Allora cominciamo con una affermazione che, per noi, oggi, risulta quasi banale: forza (nel senso fisico del termine) ed accelerazione (sempre in senso fisico) sono grandezze vettoriali. Ci sono voluti secoli di prove, esperimenti rudimentali con una precisione che oggi avrebbe del ridicolo, eppure Newton (ma anche lo stesso Galilei) riuscirono a stabilire con un sufficiente grado di approssimazione che la **Forza** e l'**accelerazione** dovevano essere vettori paralleli, non soltanto, ma anche equiversi.

In altre parole si era scoperto, quasi per caso, che ogni volta che è presente una forza, è presente anche una accelerazione, che ha lo stesso verso e la stessa direzione, non solo, ma vale anche il viceversa. Quella che noi oggi scriviamo come la **II legge della Dinamica** era ormai in nuce. Ci sono voluti ancora alcuni decenni per scriverla nella forma a noi oggi nota:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

dove m rappresenta la massa inerziale (capiremo meglio il significato di questo termine in seguito). Anche in questo caso bisogna notare che ci sono voluti diversi esperimenti per comprendere il significato di m che è una grandezza scalare (essenzialmente positiva = rappresenta la quantità di materia, e quindi di molecole ed atomi di cui è costituito un corpo). Questa sensazionale scoperta fu fatta da G. Galilei (quasi 1000 anni prima), e perfezionata molti decenni dopo da Isaac Newton. Si erano gettate le basi della Fisica moderna.

Conosciamo, adesso la **II legge della Dinamica**, possiamo dedurre da essa, con un semplice ragionamento euristico, la **I Legge della Dinamica**, nota come **Principio di Inerzia**. Dunque se su di un corpo non si esercita nessuna forza, che succede? A causa della **II Legge della Dinamica** dovremo avere:

$$\vec{F} = \vec{0} \quad \text{e quindi} \quad \vec{a} = \vec{0}.$$

Allora se $\vec{a} = \vec{0}$, non è affatto detto che la velocità del corpo materiale non sia nulla: anzi possono prestarsi due possibilità. O il corpo materiale è fermo: ($\vec{v} = \vec{0}$); o l'altra possibilità, più interessante dal nostro punto di vista, che il corpo materiale abbia: ($\vec{v} = \text{cost.}$). Questo ultimo fatto (vedi Unità sulla Cinematica) ci autorizza ad affermare che il corpo materiale si muove di **moto rettilineo uniforme**. Cerchiamo di capire bene questa ultima affermazione: il moto è rettilineo perché la traiettoria è rettilinea, ma è anche uniforme, e, questo, a, norma di definizione, vuol dire che ha modulo e verso costanti. Non è una implicazione da poco, perché già essa offre in nuce il già citato **I Principio di inerzia**: ogni corpo materiale che non sia soggetto ad alcuna forza o deve essere in quiete o deve muoversi con velocità costante (di modulo, di direzione e verso). Dalla Cinematica dei moti curvilinei, sia ben chiaro che un corpo che descrive una traiettoria circolare con velocità di

modulo costante (**moto circolare uniforme**) si trova in una situazione con $\vec{a} \neq \vec{0}$, e quindi è in un moto accelerato, poiché il vettore velocità, essendo in ogni punto della traiettoria tangente alla traiettoria circolare, quindi cambia di direzione continuamente.

Sembrerebbe che il **I principio della Dinamica** non contenga nulla di nuovo: un caso particolare del **II Principio della Dinamica**, eppure sembra anche la più attaccabile da un punto di vista concettuale. In realtà possiamo muovere al **I Principio della Dinamica** sia un'obiezione filosofica ed una più prettamente fisica (e, forse, per tal motivo... più "seria" della prima). Cominciamo con ordine:

Obiezione di carattere Filosofico. In primo luogo dobbiamo affermare una verità sacrosanta: non esiste nessuna conferma sperimentale. Nel senso che, come si fa a realizzare concretamente il caso in cui un corpo materiale non sia soggetto ad alcuna forza? Evidentemente, non si può. Questo perché la Terra esercita una forza su tutti i corpi, dotati di massa inerziale, in vicinanza del Campo Gravitazionale Terrestre, a meno che non si tratti di puri spiriti! Un'altra evidenza sperimentale, che possiamo osservare quasi tutti i giorni: un corpo materiale poggiato sul ripiano di un tavolo si mantiene in quiete. Il Filosofo speculatore ci dice: su quel corpo, in realtà non agisce solo la forza peso, ma deve esistere (egli postula) una forza uguale e contraria che, oggi con linguaggio più moderno chiamiamo **Reazione Vincolare d'appoggio**. In altri termini il corpo materiale, poggiato sul piano del tavolo, flette il tavolo stesso producendo una forza elastica che si oppone alla forza peso (si intuisce in nuce il **I Principio della Dinamica**), tale forza elastica flette leggermente il piano d'appoggio e ne nasce una forza diretta verso l'alto uguale e contraria alla prima forza: è chiaro che la risultante vettoriale delle due forze è nulla. Ma il Filosofo osserva che non è la stessa cosa che se su quel corpo non agisca alcuna forza.

Un'altra questione per il nostro Filosofo: se con un artificio qualsiasi imprimiamo ad un corpo materiale una data forza per un certo tempo, permettendogli di raggiungere una certa velocità; ci chiediamo e, con noi, anche il Filosofo, quel dato corpo continua indefinitamente un moto rettilineo uniforme con quella velocità? La risposta, come è ovvio, non è possibile. Un motivo di tale impossibilità risiede nel fatto che in Natura vi è sempre qualche forma di attrito che, prima o poi, riduce a zero la velocità del corpo materiale. Facendo un diverso esempio, anche un missile intergalattico che, ad un certo punto procedesse con i motori spenti, non convincerebbe completamente il nostro Filosofo. Anche il missile, del resto, è sempre sottoposto al Campo Gravitazionale sia della Terra, che della Luna, che del Sole, come di quello di altri pianeti del nostro sistema solare. In più il moto (del nostro missile) non potrà mai durare in eterno. D'altronde è vero che, man mano che l'attrito diminuisce ne aumenta il tempo che il corpo materiale impiega a fermarsi. Di nuovo imperversa il nostro Filosofo: è sufficiente dire quest'ultimo concetto per affermare che se l'attrito fosse nullo il corpo non si fermerebbe più? Vi lascio con una sorta di dubbio amletico (che ridiscuteremo e risolveremo nel prossimo punto).

Obiezione di carattere Fisico. A questo punto un interrogativo è d'obbligo (sempre riferendoci al corpo materiale che in assenza di forze si muoverebbe con velocità costante, quindi o fermo, o in moto rettilineo uniforme): "rispetto a quale riferimento cartesiano il moto di un corpo soggetto a nessuna forza dovrebbe essere <rettilineo e uniforme>? La domanda, per la verità, è un po' spiazzante, specialmente se formulata dai Fisici (nei confronti dei quali, almeno noi che studiamo la Fisica, dovremmo trovare qualche parola più di conforto, e, anche qualche certezza)? Riepiloghiamo: un corpo, non soggetto ad alcuna forza e momentaneamente fermo sul ripiano di un tavolo, è fermo rispetto a quale osservatore? Potrebbe esserlo rispetto ad un Astronauta che stesse sulla Luna? A voi la risposta! Certamente no, e vediamo perché. Questo perché (a causa della Teoria di Relatività di Galileo) il corpo sarebbe fermo solo rispetto ad un osservatore fermo rispetto al tavolo, il quale, a sua volta, è fermo rispetto alla Terra. Ma c'è un altro problema, la Terra non è affatto ferma (basti pensare al suo moto di rotazione sul proprio asse, che genera le 24h), per complicare ancor più le cose l'asse terrestre è soggetto ai movimenti di nutazione e precessione

degli equinozi. Ma non basta ancora: il movimento di rivoluzione della Terra rispetto al Sole genera l'anno solare medio (365g e 6h); ed ancora Terra e Sole traslano insieme in un movimento tipico di tutto il nostro sistema solare. Morale della favola: i Fisici si sono dovuti mettere d'accordo stabilendo alcuni punti fermi, e nel contempo, si sono messi al riparo da alcune obiezioni che prima avevamo esplicitato:

1. Se un corpo rigido ed indeformabile è sottoposto all'azione di due forze uguali e contrarie, che non costituiscono una coppia, e quindi applicate nel medesimo punto, il corpo si comporta a tutti gli effetti come se non fosse sottoposto ad alcuna forza.
2. Si ha fiducia che, se non fosse per l'attrito, un corpo animato da una velocità \vec{v} e non soggetto ad alcuna forza continuerebbe in eterno (che parola grossa!) un moto rettilineo uniforme (vedi apposita Unità di sintesi in Cinematica) con velocità \vec{v} .
3. Non tutti gli osservatori possono verificare quanto detto in 2). La categoria di osservatori privilegiati per cui la 2) è vera si chiameranno **osservatori inerziali**. Si può anche dire: i sistemi per i quali è vera la 2) si chiamano **sistemi di riferimento inerziali**. In buona sostanza stiamo affermando che esistono dei sistemi di riferimento per i quali un corpo non soggetto a forze possiede accelerazione nulla. (Ecco rispuntare in nuce il **I Principio della Dinamica**).

Con tutte queste precisazioni, che, all'apparenza, potrebbero sembrare discutibili (soprattutto la 3.), l'affermazione :

“un corpo non soggetto ad alcuna forza si muove di moto rettilineo uniforme o rimane in quiete”

viene elevata al rango di **I Principio della Dinamica** o **Principio d'Inerzia**. Come abbiamo visto, i due Principi discussi (in particolare il I) non rappresentano semplicemente una conseguenza banale dei loro enunciati. In coda a queste relazioni mi riserverò di ritornare brevemente sui sistemi di riferimento inerziali (d'ora in poi SRI) e sarà anche più chiaro il significato del **I Principio della Dinamica**.

Tutto quello che esporremo successivamente è valido per un SRI (anche se non l'abbiamo ancora definito: ma lo faremo alla fine, quasi a mò di effetto speciale!). La Terra, per brevissimi periodi (si muove molto lentamente) può, con buona approssimazione, considerarsi tale (SRI). Un'altra ipotesi semplificativa che adotteremo è quella di considerare i corpi materiali come puntiformi (immaginate cioè i corpi come tante palline dal diametro trascurabile, cioè dotati di una certa massa e di dimensioni chiaramente trascurabili e comunque perfettamente rigidi). Il motivo di tutto ciò appare ben chiaro: i calcoli che seguirebbero dai moti di rotazione dei corpi su se stessi, e dalle reciproche deformazioni, per il momento non ci interessano. Adottiamo, quindi, un modello descrittivo abbastanza semplice. Passiamo ora ad introdurre una nuova grandezza fisica.

La Quantità di moto: Consideriamo un corpo puntiforme di massa m che si muove con velocità \vec{v} . Si definisce **Quantità di moto** del corpo, il vettore \vec{p} prodotto della massa per la velocità, cioè

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

La quantità di moto si misura, ovviamente in $kg \cdot m \cdot s^{-1}$ e il suo stesso nome ne chiarisce anche il significato fisico: a parità di velocità la quantità di moto di un TIR è molto superiore di quella di una bicicletta!

A che serve questa nuova grandezza fisica? Per rispondere a questa domanda, consideriamo una forza costante \vec{F} che agisca su di un corpo di massa m per un certo intervallo Δt . La velocità del corpo subisce una variazione $\Delta\vec{v}$ e, per la **II legge della Dinamica**, possiamo scrivere le equazioni:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

da cui facilmente deduciamo:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta\vec{v} = \Delta\vec{p}$$

L'ultima equazione che abbiamo ricavato rappresenta il **II Principio della Dinamica**, scritto sotto forma di impulso di una forza costante, che agisce su un corpo materiale, per un periodo di tempo Δt .

Non è difficile dedurre che quando la Forza è $\vec{0}$ (**Principio d'Inerzia**), c'è una quantità che non varia (o rimane costante), tale quantità è la **Quantità di moto**.

Il vettore $\vec{F} \cdot \Delta t$ è chiamato **impulso della forza**. In apparenza non abbiamo detto nulla di assolutamente nuovo: abbiamo riscritto la **II Legge della Dinamica** in una forma diversa, definendo nuove grandezze fisiche vettoriali. Ma è proprio adesso che arriva il bello!

Consideriamo due carrelli (come quelli del supermercato) con la stessa massa m , scorrevoli lungo una comune rotaia e legati fra loro da uno spago. Inoltre tra i due carrelli supponiamo che sia tesa una molla elastica, che impedisca loro, tramite lo spago di fare in modo che, una volta la molla distesa, i carrelli comincino a muoversi. Insomma lo spago fa da fermo ai due carrelli che, potenzialmente potrebbero muoversi sospingendosi a vicenda. Supponiamo adesso di tagliare lo spago che li trattiene: cosa osserviamo?

La molla incomincia a distendersi e due carrelli acquistano velocità, allontanandosi uno dopo l'altro, e questo dopo un certo tempo che dipende anche dall'attrito delle rotaie. Una cosa si osserva: i due carrelli si fermano a distanze perfettamente simmetriche dal loro punto di partenza. Sarà una semplice coincidenza?

Cerchiamo di dare una spiegazione fisica a quanto è avvenuto: tutto ciò significa che le accelerazioni subite dai due carrelli durante l'allungamento della molla sono uguali in modulo (essendo uguali le masse), ma in verso sono, evidentemente, opposte. Ma c'è di più la forza che spinge il carrello A (esercitata dal carrello B) è uguale ed opposta a quella esercitata su B dal carrello A. Quindi, in buona sostanza, il carrello A esercita sul carrello B una forza (elastica) mediante la molla e la stessa cosa fa B su A: è chiaro che queste forze sono uguali e contrarie, come recita anche l'esperienza.

Proviamo a mutare le condizioni sperimentali, e cioè uno dei due carrelli abbia massa $m_1 > m_2$. L'esperienza ci dice che il più leggero acquista maggiore velocità (minore inerzia), mentre il più pesante acquista velocità minore. Lo stesso discorso vale per le accelerazioni: il carrello più pesante (proprio perché ha meno inerzia sviluppa l'accelerazione più breve a_2 e viceversa). Quindi possiamo impostare la proporzione:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2}$$

Ciò significa che la forza subita da un carrello ($m_2\vec{a}_2$) è sempre uguale ed opposta a quella subita dall'altro carrello ($m_1\vec{a}_1$). Si tratterà, secondo voi di un principio universale? In pratica sono stati condotti molteplici esperimenti ed anche con forze diverse da quella elastica della molla, ma anche con forze elettriche, magnetiche, nucleari, e gravitazionali. La conclusione alla quale si è giunti è questa:

se un corpo A esercita una data forza su un corpo B, questo esercita su A una forza esattamente uguale e contraria.

Si potrebbe chiamare “azione” la forza esercitata da A su B e “reazione” quella esercitata da B su A (o viceversa) e fare un'affermazione un po' più dogmatica:

la reazione è sempre uguale ed opposta all'azione.

In realtà si tratta di un principio fondamentale che denomineremo **III Principio della Dinamica** oppure **principio di azione e reazione**.

Seguiranno alcune osservazioni che avranno il compito di vedere come le leggi della dinamica siano interconnesse e fuse insieme da quell'edificio teorico che lo stesso Newton chiamò Meccanica.

OSSERVAZIONI

1. Come introducemmo parlando della **II Legge della Dinamica**, per esercitare una qualsiasi forza su di un altro corpo è necessaria la presenza di altri corpi. Tutti questi corpi messi insieme reagiranno tra loro secondo la **III Legge della Dinamica**.
2. Non è mai superfluo sottolineare che stiamo ragionando in un sistema di riferimento inerziale (SRI), ci torneremo dopo più diffusamente. Altrimenti le affermazioni del punto 1) non sono più valide.
3. L'azione e la reazione hanno punti diversi di applicazione, uno su un corpo e uno su un altro corpo. E' abbastanza chiaro no? Se per un momento dimenticate questo fatto, del resto banale, arriverete alla dotta conclusione di Zenone: il movimento è impossibile. Infatti applicando una forza **F** comunque grande ad un corpo, questo reagisce con una forza **-F**: il risultante è quindi sempre nullo, e, allora traete voi le conclusioni...

Adesso, prima di discutere delle conseguenze della **III Legge della Dinamica**, vorremmo scriverla in una forma più elegante (soprattutto per i Fisici), e, speriamo anche in maniera più comprensibile. Per un momento ritorniamo ai carrelli A e B, diremo che il loro è un **sistema isolato**, poiché le uniche forze, **forze interne** che si scambiano sono la forza F_{AB} ed F_{BA} . La definizione di sistema isolato, in Fisica, si estende, ovviamente ad un qualunque sistema di corpi materiali (meglio se puntiformi), costituito da un numero qualsiasi di corpi, purché le forze esercitate da essi (o meglio, da ciascuno su tutti gli altri) siano tutte **forze interne** al sistema. Un esempio chiarirà meglio le idee: supponiamo di avere tre corpi A, B, C, in situazione particolare. Due di essi A e B sono solidali con un terzo corpo rigido, il terzo C si trova all'esterno del corpo rigido. Per il principio di Azione-Reazione le forze che si esercitano i tre corpi A, B, C compaiono sempre a coppie uguali e contrarie. Se consideriamo, invece, il sistema formato da A e da B, questi corpi si scambiano forze interne, che si elidono a due a due. Spero, nella mia prolissità che sia tutto chiaro, anche perché

ricordo con nostalgia di un docente che odiava fare schemi disegni o quant'altro nelle sue lezioni (all'epoca le poche illustrazioni dei libri di testo erano quasi tutte in bianco e nero, ma, soprattutto non esistevano supporti multimediali ed Internet) Diceva, spesso, che la matematica e la fisica si possono comprendere con esempi molto semplici e perciò semplicemente descritti a parole!

Torniamo adesso, per un momento ai due carrelli (**III Principio della Dinamica**). Dicevamo che (principio di Azione-Reazione) $F_{AB} = -F_{BA}$ e quindi, adoperando un piccolo artificio cinematico, moltiplichiamo entrambi i membri per Δt , supponendo che le forze durino per l'intervallo di tempo indicato avremo:

$$F_{AB}\Delta t = -F_{BA}\Delta t$$

notiamo che abbiamo scritto una versione elegante del **II Principio della Dinamica**, dalla quale equazione si nota che i due impulsi sono uguali e opposti. Ma, a causa del teorema dell'impulso non è difficile trasformare l'uguaglianza iniziale:

$$\Delta\vec{p}_A = -\Delta\vec{p}_B \quad \text{così} \quad \Delta(p_A + p_B) = 0$$

Facciamo alcune considerazioni: la quantità di moto totale ($p_A + p_B$) era inizialmente nulla: infatti i carrelli erano vincolati dallo spago, ma ciò che rende speciale questa forma elegante del principio della dinamica, è che la quantità di moto totale rimane nulla anche dopo che lo spago è tagliato. Infatti la seconda delle equazioni sopra scritte ci dice che la quantità di moto totale dei sistemi isolati si **conserva** (non subisce variazioni). Allora una nuova formulazione del **III Principio della Dinamica**:

la quantità di moto totale di un sistema isolato rimane costante, qualunque cosa accada nell'interno del sistema.

Quest'ultima formulazione viene solitamente denominata **principio di conservazione della quantità di moto** e si presta a numerosissime applicazioni pratiche della Fisica.

Siamo quasi agli sgoccioli, e vorrei, dopo questa lunga chiacchierata, dire due parole circa i sistemi di riferimento inerziali (SRI). Finora per una questione di comodo abbiamo considerato la Terra un (SRI): per piccoli intervalli può andar bene. Adesso siamo più formali: un (SRI) è un sistema in cui è verificato il **I Principio della Dinamica**, ma non abbiamo detto nulla di nuovo. Su alcuni testi troverete che un (SRI) è un sistema in quiete o in moto rettilineo rispetto alle **stelle fisse**. Questa definizione va meglio, ma c'è un problema, anche le stelle fisse, fisse non lo sono perché tutte le galassie traslano con il sistema solare. Allora abbiamo creato una definizione totalmente astratta, come lo è astratto il numero o l'infinito in matematica. Ma, fortunatamente per i nostri calcoli va più che bene anche la Terra o, tutt'al più, volendo spaccare il capello in quattro, adoperiamo le stelle fisse. Ma ricordiamoci di ricorreggere i calcoli tenendo in considerazione il movimento di rotazione terrestre (24h), quello di precessione e nutazione degli equinozi (movimento assiale), il movimento di rivoluzione terrestre (365g e 6h); inoltre il moto del sole che trasla con tutta la galassia e le stelle fisse.

CONCLUSIONI

Appare fin troppo chiaro che le tre leggi di Newton non si possano ridurre a tre semplici enunciati. Con un minimo di sforzo si può comprendere l'armonia recondita che giace in simili leggi del creato. Del resto se G. Galilei soleva affermare che la Natura si può interpretare in termini fisico-matematici, allora vuol dire che il Buon Dio era un fisico-matematico (ed io aggiungo chimico) di prim'ordine,

BIBLIOGRAFIA

G. Guizzetti; A. Piazzoli, *NATURA UOMO E LEGGI FISICHE Vol 1*, Minerva Italica, Bergamo 1978.