LA CINEMATICA IN BREVE.

Schede di sintesi a cura di Nicola SANTORO.

Lo scopo di queste schede è quello di riassumere i concetti principali e le formule fondamentali della cinematica, per venire incontro alle esigenze di apprendimento di molti allievi. Lo stile, sintetico, è quello di un riassunto: pertanto non sostituiscono né il libro di testo, né la spiegazione del docente, ma possono, eventualmente, completarli ed arricchirli.

Cinematica: *è la parte della Meccanica che studia il moto dei corpi senza tener conto delle cause che lo producono.*

Moto e quiete. Un corpo si dice in *moto* od in *quiete* quando, rispetto ad un altro ritenuto fisso (sistema di riferimento), occupa nello spazio posizioni differenti, oppure rimane sempre nella stessa posizione. Non possiamo parlare di moto o quiete in *senso assoluto*, ma soltanto in *senso relativo*, perché essendo tutto l'universo in movimento, nessun punto è realmente fisso.

Traiettoria: *è la linea descritta da un punto materiale* (mobile) *durante il suo movimento*; può essere: rettilinea, circolare, parabolica, ellittica, ecc.

Velocità media *è il rapporto fra lo spazio percorso e il tempo impiegato a percorrerlo*:

$$v_m = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Il **vettore** velocità media è definito dalla formula:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{s}_2 - \vec{s}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$

Attenzione a non confondere il vettore spostamento $\Delta \vec{s}$ con lo spazio percorso Δs. Solo nel moto rettilineo il modulo del vettore spostamento coincide con lo spazio percorso.

Velocità istantanea *è la velocità in un intervallo di tempo così piccolo* (infinitesimo) *da tendere a zero* ($\Delta t \to 0$), per cui anche lo spazio percorso è piccolissimo.

Moto rettilineo uniforme: *è quello di un mobile che percorre una traiettoria rettilinea con* ***velocità costante***; pertanto possiamo scrivere (indicando con s_0 la posizione iniziale e t_0 l'istante iniziale del moto):

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0} = \cos.$$

da cui ricaviamo lo spazio percorso:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t \quad \text{cioè} \quad s - s_0 = v \cdot (t - t_0)$$

oppure, ancora:

$s = s_0 + v \cdot (t - t_0)$, che è la **legge oraria del moto.**

Assumendo $s_0 = 0$ all'istante $t_0 = 0$ (cioè il corpo parte dall'origine del riferimento nell'istante iniziale del moto), la legge oraria diventa:

$$s = v \cdot t \quad \text{oppure} \quad v = \frac{s}{t}$$

In questo caso particolare *gli spazi percorsi sono direttamente proporzionali ai tempi impiegati a percorrerli*. Possiamo anche assumere che la velocità *è lo spazio percorso nell'unità di tempo*. Quindi l'unità di velocità è quella di un mobile che percorre 1 metro in 1 secondo, cioè 1*m/s*.
Il moto rettilineo uniforme si può rappresentare con:

- il grafico dello spazio percorso in funzione del tempo $s = f(t)$, che è una retta la cui pendenza (coefficiente angolare) è la velocità del moto;
- il grafico della velocità in funzione del tempo $v = f(t)$, che è una retta orizzontale.

Accelerazione media *è il rapporto fra la variazione della velocità e l'intervallo di tempo in cui si verifica questa variazione*:

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

In particolare se $v_2 > v_1$ l'accelerazione è positiva, se $v_2 < v_1$ l'accelerazione è negativa (decelerazione). Il **vettore** accelerazione media è definito dalla formula:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Accelerazione istantanea *è il valore che tende ad assumere l'accelerazione media se Δt tende a zero* ($\Delta t \to 0$). L'unità di misura dell'accelerazione è quella di un mobile che varia la sua velocità di 1 *m/s* in 1 *s*, cioè 1 m/s^2.

Moto rettilineo uniformemente accelerato *è quello di un mobile che percorre una traiettoria rettilinea con **accelerazione costante***; in tal caso la sua velocità varia di quantità uguali in tempi uguali. Pertanto possiamo scrivere (indicando con v_0 la velocità iniziale, e t_0 l'istante iniziale):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \cos.$$

da cui ricaviamo la legge della velocità:

$$v = v_0 + a \cdot (t - t_0).$$

D'altro canto la velocità media del moto è sempre:

$$v_m = \frac{s - s_0}{t - t_0} \quad \text{e quindi} \quad s - s_0 = v_m \cdot (t - t_0);$$

se l'accelerazione è costante, la velocità media v_m si può calcolare anche facendo la media aritmetica fra la velocità iniziale v_0 e la velocità finale *v*:

$$v_m = \frac{v_0 + v}{2} \quad \text{pertanto} \quad s - s_0 = \frac{v_0 + v}{2} \cdot (t - t_0);$$

sostituendo in quest'ultima formula la v data dalla legge della velocità, con facili calcoli, otteniamo **la legge oraria** del moto rettilineo uniformemente accelerato:

$$s = s_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} a \cdot (t - t_0)^2 .$$

Assumendo $s_0 = 0$ all'istante $t_0 = 0$ (cioè il corpo parte dall'origine del riferimento nell'istante iniziale del moto), la legge della velocità e la legge oraria diventano rispettivamente:

$$v = v_0 + a \cdot t ; \qquad s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 .$$

Esiste, poi, una formula molto comoda per i calcoli, che si ottiene dalle due precedenti eliminando il tempo t dalle due equazioni (ad es. ricavandolo dalla prima e sostituendolo nella seconda), con facili calcoli:

$$t = \frac{v - v_0}{a} \quad \text{quindi} \quad s = v_0 \cdot \frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2 = \frac{v^2 - {v_0}^2}{2a} .$$

Tali formule si usano quando il corpo è animato da velocità iniziale $v_0 \neq 0$ (partenza lanciata); se, invece, il corpo parte da fermo ($v_0 = 0$) le stesse formule si scrivono:

$$v = a \cdot t ; \qquad s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{v^2}{2a} .$$

Il moto rettilineo uniformemente accelerato si può rappresentare con tre grafici:

- il grafico dell'accelerazione in funzione del tempo $a = f(t)$, che è una retta orizzontale;
- il grafico della velocità in funzione del tempo $v = f(t)$, che è una retta la cui pendenza (coefficiente angolare) è l'accelerazione del moto;
- il grafico orario dello spazio percorso in funzione del tempo $s = f(t)$, che è un arco di parabola.

Un esempio notevole di moto rettilineo uniformemente accelerato è costituito dalla **caduta** (libera) **dei gravi**. Il moto di caduta libera di un corpo nel vuoto è rettilineo con **accelerazione di gravità** $g = 9{,}81 m / s^2$ (valore medio sulla Terra).

Oltre allo studio dei moti in una dimensione (moto rettilineo uniforme e moto rettilineo uniformemente accelerato) in Cinematica acquistano particolare importanza i moti piani (in due dimensioni). In questa sede accenneremo soltanto al **moto dei proiettili** (al quale è stata già dedicata una precedente unità e a cui si rimanda), al **moto circolare uniforme** ed al **moto armonico semplice.**

Il **moto circolare uniforme** *è il moto di un punto materiale che percorre una circonferenza con velocità costante in modulo, ma non in direzione*. Le grandezze caratteristiche di questo moto sono:

il **periodo** *T che è il tempo impiegato dal punto mobile per compiere un giro* (si misura in secondi *s*);

la **frequenza** *f che è il numero di giri compiuti nell'unità di tempo(in un secondo)* (si misura in Hertz *Hz;* 1 *Hz* = 1 giro al secondo = 1 s^{-1}); dalla definizione si deduce facilmente:

$$f = \frac{1}{T};$$

la **velocità tangenziale** (o **periferica**) *v che è il modulo (costante) del* ***vettore*** *velocità tangenziale (che è tangente alla circonferenza in ogni punto)* (si misura in *m/s*); poiché in un periodo *T* il punto materiale percorre l'intera circonferenza $2\pi \cdot r$, possiamo scrivere:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = 2\pi \cdot r \cdot f;$$

la **velocità angolare** ω *che è il rapporto (costante) fra l'angolo descritto dal raggio vettore passante per il punto mobile e il tempo impiegato* (si misura in *rad/s*); dalla definizione segue:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t};$$

poiché in un periodo *T* l'angolo α descritto è l'angolo giro (2π rad.), la velocità angolare diventa:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; \text{ pertanto } v = \omega \cdot r;$$

l'**accelerazione centripeta** $\vec{a}_c = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ *che nasce dalla variazione di direzione del vettore velocità (ricordiamo che il vettore velocità è costante in modulo)* (si misura in m/s^2); pertanto l'accelerazione ha direzione radiale, e modulo:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \omega^2 r.$$

Il **moto armonico semplice** *è il moto che si ottiene proiettando un moto circolare uniforme su un diametro.* Anche il moto armonico semplice (come il moto circolare uniforme) è un caso particolare di moto periodico. Quindi, come tale, eredita dal moto circolare uniforme alcune grandezze in comune:

Il **periodo** T che rappresenta il tempo impiegato per compiere un'oscillazione completa.
La **frequenza** f che rappresenta il numero di oscillazioni complete in un secondo.
La **pulsazione** $\omega = 2\pi \cdot f$ che coincide con la velocità angolare del punto che percorre la circonferenza.

Nel moto armonico, inoltre, si introducono:

lo **spostamento** $x = f(t)$ che è la distanza dal centro *O* dell'oscillazione;

la **velocità** $v_x = f(t)$ proiezione sul diametro della velocità del punto che percorre la circonferenza;
la **accelerazione** $a_x = f(t)$ proiezione sul diametro dell'accelerazione centripeta del punto che percorre la circonferenza.

Il moto armonico semplice si può caratterizzare mediante l'equazione:

$$a_x = -\omega^2 x\ ;$$

cioè *l'accelerazione del moto è proporzionale allo spostamento e diretta in verso opposto* (a causa della presenza del segno meno nel secondo membro). Esiste poi un'espressione analitica delle curve $x = f(t)$; $v_x = f(t)$; $a_x = f(t)$, che può essere ottenuta usando le funzioni trigonometriche seno e coseno:

$$x = r\cos(\omega t)\ ;\ \ v_x = -\omega r\sin(\omega t)\ \ ;\ \ a_x = -\omega^2 x = -\omega^2 r\cos(\omega t)\ .$$

Un esempio notevole di moto armonico semplice è costituito dal **pendolo (semplice)**, ossia dal moto di un corpo materiale puntiforme sospeso ad un filo inestensibile e di massa trascurabile, in modo che possa oscillare in un piano verticale. Per piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio (ampiezza dell'angolo di oscillazione $\vartheta_0 \leq 23°$), il moto è, con ottima approssimazione, armonico semplice e, per quanto le forze d'attrito riducano man mano l'ampiezza delle oscillazioni, il periodo del pendolo rimane praticamente costante: per questo motivo il pendolo è utilizzato anche come cronometro.

BIBLIOGRAFIA

S. ROSATI *Fisica generale,* Ed. Ambrosiana, Milano 1982;

U. AMALDI *Fisica: idee ed esperimenti,* Ed. Zanichelli, Bologna 2002.