maecla

bibliografia matematica

di Ivana Niccolai

Ultimo aggiornamento: 22/10/2004

Piergiorgio **Odifreddi**, ***"LE MENZOGNE DI ULISSE – L'avventura della logica da Parmenide ad Amartya Sen"***

Come viene precisato nella *Prefazione*, datata 23 aprile-8 luglio 2003, questo libro, di 284 pagine, pur non rappresentando la trascrizione delle lezioni tenute dall'autore durante un corso televisivo di 20 ore sulla Logica Matematica, registrate e trasmesse più volte dal Nettuno, cerca, comunque, di catturare lo spirito di tali "improvvisazioni orali", in modo da raccontare le vicende intellettuali della matematica, evitando tecnicismi, per prediligere l'aspetto narrativo e dilettevole, senza trascurare, però, dotte citazioni letterarie, filosofiche, scientifiche, cosicché si comprende agevolmente come umanesimo e scienza siano due aspetti complementari testimonianti l'unitarietà della cultura.

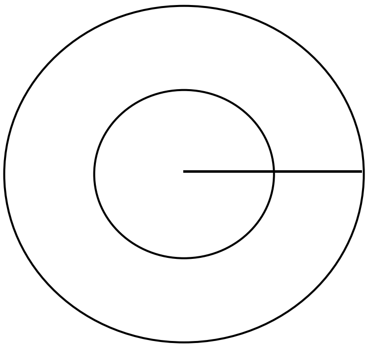
Piergiorgio Odifreddi racconta la storia della logica attraverso le avventure personali e intellettuali dei suoi protagonisti più significativi da Parmenide e Zenone a Pitagora, Platone e Aristotele, da Crisippo ad Abelardo, Lullo e Leibniz, da Newton e Kant a Boole, da Cantor e Dedekind a Frege e Russell, da Wittgenstein, Bourbaki e Hilbert a Poincaré e Brouwer, da Gödel e Turing a Tarski e Kripke, da Eistein a Sen.

Soprattutto nel capitolo "Il bisbetico domato" viene preso in considerazione il concetto di *infinito,*(concetto su cui si è piacevolmente concentrata la mia attenzione); esso deriva dal latino "*infinitum*", «non finito», da *in,* «non», e *finis* «fine», «limite»; copiato dal greco *àpeiron,* da *a* e *péras,* introdotto da Anassimandro in *Sulla natura*. Nella derivazione linguistica del modo verbale, «infinito» è appunto da intendersi nel senso di «non determinato». Essendo, dunque, un concetto negativo, i Greci lo considerarono un limite del pensiero e fu accettato, nella terminologia di Aristotele, in senso «potenziale» e non «attuale», cioè solo come possibilità sempre in divenire e mai completamente realizzata.

Gli scolastici applicarono all'infinito la loro distinzione fra *categorémata* e *syncategorémata*, chiamando «categorico» l'infinito attuale e «con-categorico» quello potenziale e i discorsi sull'infinito finirono per coinvolgere Dio: ad esempio, come si conciliava l'onnipotenza divina con l'impossibilità dell'infinito attuale (o categorico)?

Se Dio era veramente onnipotente, perché mai non avrebbe potuto creare una pietra infinita? Tommaso d'Aquino rispose che onnipotente è chi può fare tutto ciò che è possibile, ma neppure Dio può fare l'impossibile: altrimenti, facendolo, dimostrerebbe che è possibile. Gregorio da Rimini affermò, invece, che Dio poteva creare una pietra infinita in una sola ora, alla maniera di Zenone: era sufficiente che ne facesse un chilo in mezz'ora, un altro chilo in un quarto d'ora, ancora un altro chilo in un ottavo d'ora e così via.

Fu Duns Scoto a compiere, nel tredicesimo secolo, il primo vero progresso nella storia dell'infinito attuale (o categorico); egli introdusse, per sbaglio, un modo di ragionare che solo dopo secoli sarebbe stato riconosciuto corretto. "Il suo obiettivo era sostenere la tesi che le circonferenze non possono essere costituite di punti e lo fece dimostrando che altrimenti tutte le circonferenze ne avrebbero lo stesso numero: cosa apparentemente assurda, perché punti aventi le stesse dimensioni e nella stessa quantità dovrebbero produrre circonferenze della stessa lunghezza. La dimostrazione consisteva, anzitutto, nel muovere due circonferenze qualunque, una sull'altra, in modo da farle diventare concentriche. E poi nel notare che il raggio, girando, mette in «corrispondenza biunivoca» ciascun punto di una circonferenza con uno e un solo punto dell'altra e viceversa."



Qualche secolo dopo, Galileo trovò, poi, un analogo aritmetico del paradosso geometrico di Scoto. Questa volta ad avere lo stesso numero di elementi erano due qualunque insiemi infiniti di interi; ad esempio, ci sono tanti quadrati quanti interi, perché ogni intero ha un unico quadrato e ciascun quadrato ha un'unica radice intera. L'interesse filosofico sta nel fatto che in un insieme infinito, come quello degli interi, cessano di valere proprietà apparentemente evidenti come «la parte è minore del tutto», o «il tutto è maggiore della parte». Galileo intravide, però, che il problema risiedeva nella pretesa della ragione di voler applicare all'infinito le stesse proprietà del finito.
Nel 1655 il matematico John Wallis propose di usare un unico simbolo per indicare l'infinito: il famoso ∞ , che egli introdusse con le seguenti parole: "*esto* ∞ *nota numeri infiniti*" e lo ottenne, probabilmente, completando una ω, l'ultima lettera dell'alfabeto greco, che si trovava appunto «in fine». Come è risaputo, una volta introdotti, i simboli acquistano vita propria. Come doppio cerchio, l' ∞ fu considerato un raddoppiamento dell'*ouroborus*, il serpente circolare alchemico, che «si mangia la coda».
"Come *lemniscata* descrisse una curva che prese il nome da *lemniskos*, «nastro» o «benda» e della quale Jacob Bernoulli trovò nel 1694 l'equazione matematica. Come nastro o banda di Möbius rappresentò nel 1863 una superficie a una sola faccia e un solo bordo, ottenuta torcendo un rettangolo di mezzo giro e incollandone i lati corti."
Un primo tentativo di distinguere tra infiniti diversi fu compiuto da Giordano Bruno nel 1584, ma nel 1816 il geologo John Farey mostrò che anche i numeri razionali si possono enumerare e mettere in corrispondenza biunivoca con gli interi.
Mancavano ancora all'appello i numeri reali, in quanto nessuno era riuscito a definirli in maniera convincente; il primo che ci riuscì fu Richard Dedekind; egli notò che "doveva essere possibile identificare un numero irrazionale soltanto in base all'effetto che esso ha sui numeri razionali: che, ad esempio, nel caso della radice di 2, è di separare i razionali che hanno quadrato minore di 2 da quelli il cui quadrato è maggiore di 2. Poiché la separazione dei razionali è l'effetto visibile di una causa invisibile, Dedekind decise di identificare la causa con i suoi effetti e di dire non che la radice di 2 *causa*, ma che *è* quella separazione dei numeri razionali." Così i numeri irrazionali vengono«decostruiti» e ridotti alle possibili separazioni, che Dedekind chiamava «sezioni», dei numeri razionali.[…] Nel 1872, lo stesso anno in cui Dedekind pubblicò la sua definizione dei

numeri reali come sezioni dei numeri razionali, Georg Cantor ne propose una alternativa, ma equivalente: come successioni convergenti di numeri razionali, nel senso che la distanza fra termini consecutivi diventa sempre più piccola. Alcune di queste successioni «convergono» a un numero razionale, e altre no, e queste ultime corrispondono ai numeri irrazionali. […] In ogni caso, con le sezioni o le successioni convergenti si possono definire i numeri reali in maniera precisa e metterli in corrispondenza biunivoca con i punti della retta, ripristinando il legame fra aritmetica e geometria che era stato sciolto dalla scoperta degli irrazionali." Cantor si chiese se i numeri reali fossero anch'essi tanti quanti i razionali e gli interi e il 7 dicembre 1873 diede una risposta sorprendente: non c'è modo di mettere in corrispondenza biunivoca i numeri reali con i numeri interi, perché qualunque enumerazione ne lascia sempre fuori qualcuno. "A questo punto gli decise di dire che due insiemi hanno lo *stesso numero* di elementi, se si possono mettere in corrispondenza biunivoca. E che un insieme ha un *numero minore* di elementi di un altro, se il primo si può mettere in corrispondenza biunivoca con una parte del secondo, ma non con il tutto. I risultati precedenti si possono allora riformulare dicendo che il numero degli interi è lo stesso di quello dei razionali, ma è minore di quello dei reali.[…]"
Nel 1891, fruttando al meglio il metodo di dimostrazione, che oggi si chiama «diagonale», Cantor dimostrò che di infiniti ce ne sono infiniti, nel senso che dato uno se ne trova sempre un altro maggiore. Questo grande matematico rimase ossessionato per tutta la vita da un problema: "dal punto di vista dell'infinito, c'è qualcosa di mezzo tra gli interi e i reali? […] La risposta negativa prese il nome di *ipotesi del continuo*.[…]". I tentativi di dimostrarla, o di refutarla, condussero Cantor alla pazzia. Nel 1963 Paul Cohen dimostrò l'indecidibilità dell'ipotesi del continuo. E' importante, comunque, la teoria dell'infinito che Cantor ha regalato alla matematica e ripeto anch'io volentieri le famose parole pronunciate da David Hilbert : «Nessuno ci scaccerà dal Paradiso che Cantor ha creato per noi.»
Prima di concludere questa recensione, reputo doveroso citare il "*PICCOLO DIZIONARIO (ETIMO)LOGICO"* (presente da pagina 233 a pagina 277), dove si sottolinea, simpaticamente, ma con la massima precisione (con lo stile inconfondibile di chi si diletta nei piaceri intellettuali e vuole che anche il lettore si diverta), quanto segue: "I Greci chiamavano *etimologia* (da *étymos*, «vero», e *logos,* «discorso», e i Romani *veriloquio* (analogamente, da *verum eloquium), lo studio del* «*vero*» significato delle parole. Per non nominare il nome della Verità invano, noi ci accontenteremo del loro significato «originario»: in senso relativo, naturalmente, visto che il linguaggio non ha un'origine assoluta. […] Le etimologie interessanti (da *inter-esse*, «stare nel mezzo») sono quelle che, navigando tra calchi, adozioni, prestiti, derivazioni e traduzioni, sanno quando e dove fermarsi: il che, come nota Aristotele nella *Metafisica*, è anche segno di buona educazione. Soffiamo dunque educatamente sulle parole, per spolverarle un poco. E se solleveremo un po' di polvere, provocheremo qualche starnuto.[…]"
Ritengo che tale dizionarietto etimologico, indipendentemente dalla polvere che avrà eventualmente sollevato, possa suscitare non starnuti, ma curiosità ad approfodire determinati concetti della logica matematica.
Ringrazio il gentilissimo **Piergiorgio Odifreddi**, che ha letto e approvato questa mia recensione, prima che fosse pubblicata.