

LOGICA DELLE PROPOSIZIONI

appunti di Claudio Rosanova

PROPOSIZIONE MATEMATICA

E' una frase alla quale si può attribuire un solo valore di verità: o vero o falso.

PRINCIPI FONDAMENTALI

1. **Principio di identità:** “una proposizione ha lo stesso valore di verità di sé stessa”;
2. **Principio di non contraddizione:** “una proposizione non può essere contemporaneamente vera e falsa”;
3. **Principio del terzo escluso:** “una proposizione é vera o é falsa, e non ci sono altre possibilità”.

PROPOSIZIONE ATOMICA o SEMPLICE

E' una proposizione formata da un solo soggetto, da un verbo ed, eventualmente, da uno o più complementi.

PROPOSIZIONE MOLECOLARE o COMPOSTA

E' una proposizione scomponibile in più proposizioni semplici.

CONNETTIVI od OPERATORI LOGICI

I connettivi permettono di collegare due o più proposizioni semplici per ottenere proposizioni composte. Si dividono in due categorie:

- UNARI: non;
- BINARI: e, o, se...allora, se e solo se.

TAVOLA DI VERITA' DI UNA PROPOSIZIONE

Una tavola di verità è una tabella nella quale, assegnati tutti i possibili valori di verità alle singole proposizioni che la compongono, si ottengono i valori di verità della proposizione data.

TAVOLE DI VERITA': POSSIBILI ASSEGNAZIONI DEI VALORI V o F

1. TAVOLE DI VERITA' CON 1 PROPOSIZIONE (2 possibilità)

A
V
F

2. TAVOLE DI VERITA' CON 2 PROPOSIZIONI (4 possibilità)

A	B
V	V
V	F
F	V
F	F

3. TAVOLE DI VERITA' CON 3 PROPOSIZIONI (8 possibilità)

A	B	C
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

CONNETTIVI PROPOSIZIONALI E TAVOLE DI VERITA'

NEGAZIONE (NON - NOT) "non A"

A	non A = \bar{A}
V	F
F	V

CONGIUNZIONE (E - ET - AND) "A e B"

A	B	$A \wedge B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

DISGIUNZIONE INCLUSIVA (O - VEL - XOR) "A o B" (o l'uno o l'altro o entrambi)

A	B	$A \vee B$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

DISGIUNZIONE ESCLUSIVA (O - AUT - EOR) "O A o B" (o l'uno o l'altro ma non entrambi)

A	B	$A \oplus B$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

IMPLICAZIONE MATERIALE O CONDIZIONALE
“Se A allora B”

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

VARIE PROPOSIZIONI

PROPOSIZIONE	NOME
$A \rightarrow B$	DIRETTA
$B \rightarrow A$	INVERSA
$\bar{A} \rightarrow \bar{B}$	CONTRARIA
$\bar{B} \rightarrow \bar{A}$	CONTROINVERSA

DOPPIA IMPLICAZIONE MATERIALE O BICONDIZIONALE
“A se e solo se B”

A	B	$A \leftrightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

PROPOSIZIONI LOGICAMENTE EQUIVALENTI

Due proposizioni si definiscono “logicamente equivalenti” se assumono uguali valori di verità in corrispondenza degli stessi valori attribuiti alle proposizioni componenti.

Esempio: “Se A allora B” = “Se (non B) allora (non A)”

A	B	$A \rightarrow B$	$\overline{B} \rightarrow \overline{A}$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

TAUTOLOGIA

Una tautologia è una proposizione composta sempre vera per qualsiasi attribuzione di verità alle proposizioni componenti.

A	A	$A \vee B$
V	F	V
F	V	V

CONTRADDIZIONE

Una contraddizione è una proposizione composta sempre falsa per qualsiasi attribuzione di verità alle proposizioni componenti.

A	A	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$
V	F	V	F
F	V	V	F