Problema: scrivere l'equazione di 2° grado, note le sue radici

Se conosciamo le soluzioni x_1 e x_2 dell'equazione, l'equazione si otterrà in tal modo:

$$x^2 - Sx + P = 0 \quad \text{dove} \quad S = x_1 + x_2 \quad \text{e} \quad P = x_1 \cdot x_2$$

DIMOSTRAZIONE:

$ax^2 + bx + c = 0$; dividiamo tutto per a: $\frac{\cancel{a}x^2}{\cancel{a}} + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

cioè $x^2 - \left(-\frac{b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0$; ma $-\frac{b}{a} = S$ e $\frac{c}{a} = P$ (vedi prima)

quindi $x^2 - Sx + P = 0$.

Problema: noti somma S e prodotto P di due numeri, determinare i due numeri

Se conosciamo la somma S e il prodotto P di 2 numeri, per ottenere i due numeri occorrerà risolvere l'equazione:

$$x^2 - Sx + P = 0.$$

REGOLA DEI SEGNI - TEOREMA DI CARTESIO

Data l'equazione di 2° grado: $ax^2 + bx + c = 0$, con $a > 0$, si ha:

- una permanenza P se i due coefficienti consecutivi (a e b, b e c) sono dello stesso segno;
- una variazione V se i due coefficienti consecutivi (a e b, b e c) sono di segno opposto.

Vale il seguente teorema di Cartesio: un'equazione completa di 2° grado (con $\Delta > 0$) ammette tante radici positive quante sono le variazioni, tante negative quante sono le permanenze.

Se la V precede la P $\Rightarrow$ è positiva quella con il modulo maggiore.

Se la P precede la V $\Rightarrow$ è negativa quella con il modulo maggiore.