ASSIOMI DELLA GEOMETRIA RAZIONALE

ASSIOMI DI APPARTENENZA

A1 *Per ogni coppia di punti **A** e **B** di un piano* π *esiste ed è unica la retta che li contiene.*

A2 *Data nel piano* π *una retta **r** esistono almeno due punti distinti **A** e **B** di* π *che le appartengono e almeno un punto **C** di* π *che non le appartiene.*

A3 *Tre punti non allineati individuano uno e un solo piano.*

A4 *Se una retta ha due punti in comune con un piano, allora appartiene al piano.*

ASSIOMA DI ORDINAMENTO

A5 *Ogni retta è dotata di due ordinamenti totali ed è densa e illimitata.*

ASSIOMA DI PARTIZIONE DEL PIANO

A6 *Ogni retta **r** di un piano* π *divide il piano in due sottoinsiemi non vuoti* π_1 *e* π_2 *tali che:*

- *se i due punti appartengono uno a* π_1 *e l'altro a* π_2 *allora il segmento che li unisce interseca la retta **r** in un punto;*
- *se i due punti appartengono allo stesso sottoinsieme,* π_1 *o* π_2*, allora il segmento di cui sono estremi non interseca la retta **r**.*

ASSIOMA DELLA DISTANZA

A7 *A ogni coppia **A**, **B** di punti di un piano* π *è associato un numero reale positivo o nullo, detto **distanza** di **A** da **B**, indicato con **d(A,B)**. La distanza soddisfa le seguenti proprietà:*

- $d(A,B)=0$ *se e solo se* $A=B$*;*
- $d(A,B)=d(B,A)$*;*
- *considerati nel piano tre punti **A**, **B** e **C***
  - *i tre punti sono allineati e* $A<C<B$ *se e solo se* $d(A,B)=d(A,C)+d(C,B)$*;*
  - *i tre punti non sono allineati se e solo se* $d(A,B)<d(A,C)+d(C,B)$*.*

ASSIOMI DI CONGRUENZA

A8 *Tutte le rette sono congruenti tra loro.*
A9 *Tutte le semirette sono congruenti tra loro.*
A10 *Tutti i piani sono congruenti tra loro.*
A11 *Tutti i semipiani sono congruenti tra loro.*

ASSIOMA DEL TRASPORTO DI UN SEGMENTO

A12 *Per ogni segmento **AB** e per ogni semiretta **r** di origine **O** esiste sempre un punto **C** appartenente alla semiretta **r** tale che il segmento **AB** sia congruente al segmento **OC**.*

ASSIOMA DI INVERTIBILITA' DI UN SEGMENTO

A13 *Per ogni segmento **AB** esiste una isometria che trasforma il segmento in sé, in modo che il corrispondente del punto **A** sia **B** e quello del punto **B** sia **A**.*

ASSIOMA DEL TRASPORTO DEGLI ANGOLI

A14 *Data in un piano una semiretta di origine **O** si può determinare, in ognuno dei semipiani generati dalla retta cui la semiretta appartiene, una semiretta di origine **O** tale che l'angolo che le due semirette formano sia congruente a un angolo dato.*

ASSIOMA DI INVERTIBILITA' DEGLI ANGOLI

A15 *Dato un angolo $a\hat{O}b$ esiste una isometria che trasforma l'angolo in sé stesso in modo tale che la semiretta **a** abbia come corrispondente la semiretta **b** e che a **b** corrisponda **a**.*

ASSIOMA DI ARCHIMEDE

A16 *Dati due segmenti non congruenti esiste sempre un segmento multiplo del minore che supera il maggiore.*

ASSIOMA DELLA DIVISIBILITA'

A17 *Dato un qualsiasi segmento e un numero intero* $n \geq 1$, *esiste ed è unico il sottomultiplo del segmento secondo il numero* n *dato.*

ASSIOMA DI ARCHIMEDE

A18 *Dati due angoli non congruenti esiste sempre un angolo multiplo del minore che supera il maggiore.*

ASSIOMA DELLA DIVISIBILITA' DEGLI ANGOLI

A19 *Ogni angolo* α *è sempre divisibile in un unico modo in un numero intero* $n \geq 1$ *di angoli tra loro congruenti aventi per vertice il vertice di* α.

ASSIOMA DELL'AMPIEZZA ANGOLARE

A20 *A ogni angolo convesso è associato un numero reale positivo o nullo che si chiama ampiezza dell'angolo tale che:*
- *è uguale a 0 se l'angolo è nullo;*
- *è uguale a 180 se l'angolo è piatto;*
- *se b è una semiretta interna all'angolo* $a\hat{O}c$ *allora l'ampiezza dell'angolo* $a\hat{O}c$ *è uguale alla somma delle ampiezze degli angoli* $a\hat{O}b$ e $b\hat{O}c$;
- *per ogni numero* α *reale positivo minore o uguale a 180 esiste un angolo convesso la cui ampiezza è* α;
- *angoli congruenti hanno la stessa ampiezza.*

ASSIOMA DI EUCLIDE

A21 *Fissati, in un piano* π, *una retta* r *e un punto* P *che non le appartiene, per* P *passa una e una sola retta parallela a* r.

ASSIOMA RELATIVO ALLA CIRCONFERENZA

A22 *Data una circonferenza, ogni segmento e ogni arco di linea che unisce un punto interno della circonferenza con un punto a essa esterno la interseca in un solo punto.*

ASSIOMI RELATIVI ALL'EQUIVALENZA

A23 *Due superfici congruenti sono equivalenti.*
A24 *L'equivalenza tra superfici piane gode delle proprietà:*

- *riflessiva: ogni superficie piana è equivalente a se stessa, cioè* ***A□B****;*
- *simmetrica: se la superficie piana* ***A*** *è equivalente alla superficie piana* ***B*** *è vero anche il contrario, quindi se* ***A□B*** *allora* ***B□A****;*
- *transitiva: se la superficie piana* ***A*** *è equivalente alla superficie piana* ***B*** *e questa è equivalente alla superficie piana* ***C*** *allora* ***A*** *e* ***C*** *sono tra loro equivalenti, cioè se* ***A□B*** *e* ***B□C*** *allora* ***A□C****.*

A25 *Somme e differenze di superfici equivalenti sono equivalenti.*
A26 *Una superficie piana limitata non è equivalente a una sua parte.*

ASSIOMI RELATIVI ALLA CIRCONFERENZA

A27 *Un arco di circonferenza, minore della semicirconferenza, è maggiore della corda da esso sottesa.*
A28 *Un arco di circonferenza individuato dalle tangenti condotte per un punto esterno alla circonferenza è minore della somma dei segmenti di tangenza.*

ASSIOMA RELATIVO AL PIANO E ALLO SPAZIO

A29 *Il piano è un sottoinsieme proprio dello spazio.*

ASSIOMA DI PARTIZIONE DELLO SPAZIO

A30 *Ogni piano divide i punti dello spazio in due sottoinsiemi non vuoti, chiamati e contenenti ciascuno il piano stesso, detto* ***origine*** *dei semispazi.*
Ogni punto dello spazio, a esclusione dei punti del piano origine, appartiene a un solo semispazio.
Se due punti appartengono allo stesso semispazio, allora il segmento che li unisce non ha punti in comune con il piano origine.
Se due punti appartengono a semispazi diversi, allora il segmento che li unisce incontra il piano origine in un punto.

ASSIOMA "PRINCIPIO DI CAVALIERI"

31 *Due solidi sono equivalenti se s possono disporre, rispetto a un piano, in modo che siano equivalenti le loro sezioni con un qualunque piano parallelo a quello dato.*