

PROBLEMI E QUESITI DI TERMOLOGIA (ENUNCIATI)

INTRODUZIONE a cura di Nicola SANTORO

I problemi ed i quesiti di Termologia che seguono sono il frutto di esperienze da me compiute principalmente nei licei scientifici nei quali ho insegnato. Ho cercato di estendere qualitativamente e quantitativamente la raccolta onde poter interessare una vasta gamma di studenti.

Affinché ciascuno studente tragga un utile insegnamento da questa serie di esercizi, è invitato a tentare di risolvere da sé ogni problema; se dopo un certo sforzo, non dovesse riuscire, passi alla lettura della soluzione e si preoccupi di capire perché non è riuscito. Proprio allo scopo di non facilitare la consultazione della soluzione, ho separato questa dall'enunciato (in un secondo file). Se si dovesse presentare troppo spesso il ricorso alla soluzione, lo studente farà bene a chiarirsi meglio le idee sulla parte teorica e a prendere maggiore dimestichezza con i metodi e i concetti fondamentali della matematica che si usa, che deve costituire un ausilio e non un'ulteriore difficoltà. Lo studente diligente non si preoccupi di risolvere tutti gli esercizi: non si tratta di imparare un certo numero di problemi, ma di imparare, in generale, ad applicare le leggi ed i principi generali forniti dalla teoria.

Non esiste, in linea generale, una facile schematizzazione di “come si risolve un problema”, ed è impossibile fornire una regola universale. Cercherò, magari, di dare alcuni utili consigli allo studente che voglia cimentarsi seriamente nella soluzione dei problemi che verranno proposti tra breve.

- a) *Affrontare i problemi partendo sempre dall'impostazione dei principi e delle leggi fisiche, rifuggendo dall'applicazione meccanica di formule che non gli consentono di seguire logicamente i procedimenti analitici.*
- b) *E' più conveniente, in generale, svolgere i calcoli per via letterale, passando ai dati numerici soltanto quando si è giunti ai risultati richiesti. E', infatti, inutile calcolare numericamente un risultato che poi non compare nel risultato finale. In altri termini, l'espressione letterale del risultato finale deve contenere soltanto i dati forniti dall'enunciato.*
- c) *Controllare sempre i calcoli letterali e numerici, specialmente ricorrendo a verifiche dimensionali, verifiche dei risultati su casi particolari, rappresentazioni grafiche.*
- d) *Esprimere tutti i dati nello stesso sistema di unità di misura. Faccio presente che ho adoperato esclusivamente il S.I. ormai preferito in tutti i campi della scienza. Alcune volte non è tuttavia necessario esprimere tutte le grandezze nello stesso sistema; questo avviene, ad es., se l'espressione ottenuta contiene, sia al numeratore che al denominatore, due grandezze omogenee, che possono allora essere espresse in un'altra qualsiasi unità di misura.*
- e) *Ricordare infine che accanto al numero che misura ciascuna grandezza deve comparire la relativa unità di misura. In pratica si osserva spesso – soprattutto quando si tratta di espressioni lunghe – che vengono omesse le unità di misura delle grandezze che vi compaiono (con l'accortezza di esprimerle tutte nello stesso sistema) ponendo solo l'unità di misura del risultato richiesto. Ad es. ricercando il lavoro compiuto dalle forze di pressione di un gas perfetto (pressione $10\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$), che producono una variazione di volume $\Delta V = 5\text{m}^3$, si trova comunemente scritto:*

$$L = 10 \cdot 5J = 50J$$

E' inaccettabile che in una formula risolutiva si indichi l'unità di misura solo di alcune grandezze che vi figurano. Si doveva perciò scrivere:

$$L = p \cdot \Delta V = 10\text{N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot 5\text{m}^3 = 50J$$

RICHIAMI SU TEMPERATURA E CALORE

Ricordiamo che il termometro campione è un termometro a gas a volume costante e la temperatura si definisce mediante la relazione:

$$T = 273,16 \text{ K} \cdot \lim_{P \rightarrow P_{tr}} \frac{P}{P_{tr}} \rightarrow 0 \cdot \left(\frac{P}{P_{tr}} \right)$$

essendo P la pressione alla temperatura T e P_{tr} la pressione al punto triplo. Si può mostrare che la scala a gas perfetto è identica alla scala termodinamica assoluta, detta scala Kelvin.

La scala oggi comunemente usata è la scala Celsius legata alla precedente dalla relazione:

$$t_c = (T - 273,15)^\circ\text{C}$$

Gli effetti più comuni che accompagnano le variazioni di temperatura sono le variazioni di dimensioni e i cambiamenti di stato dei materiali. Trascurando per ora i cambiamenti di stato abbiamo, per la dilatazione lineare:

$$\Delta l = \alpha l \Delta T$$

essendo Δl la variazione della lunghezza l di una dimensione lineare di un solido quando subisce una variazione ΔT di temperatura; α è il coefficiente di dilatazione lineare.

Analogamente abbiamo per la dilatazione cubica

$$\Delta V = \beta V \Delta T$$

essendo $\beta \cong 3\alpha$ il coefficiente di dilatazione cubica e di ovvia interpretazione gli altri simboli.

Per un fluido ha senso parlare solo di variazioni di volume.

Un gas può essere riscaldato sia mantenendo costante la pressione che il volume. Abbiamo nei due casi, per un gas perfetto, le leggi (dette di Gay-Lussac):

$$\Delta V = \gamma V \Delta T$$

$$\Delta p = \beta p \Delta T$$

γ e β si chiamano rispettivamente coefficiente di dilatazione e di tensione e risulta sperimentalmente $\gamma = \beta = 0,00366^\circ\text{C}^{-1}$ per tutti i gas. Si noti che:

$$T = t_c + \frac{1}{\gamma}$$

per cui le leggi di Gay-Lussac si possono scrivere anche come segue:

$$V_t = V_0(1 + \gamma t_c) \quad (\text{isocora} = V \text{ costante})$$

$$p_t = p_0(1 + \beta t_c) \quad (\text{isobara} = p \text{ costante})$$

Accanto a queste va posta la legge di Boyle:

$$pV = \text{cost.} \quad (\text{isoterma} = T \text{ costante})$$

Dalle precedenti si può dedurre l'espressione analitica della relazione che lega p , V , T , quando il gas è in equilibrio e che prende il nome di "equazione di stato" del gas perfetto

$$pV = nRT$$

essendo n il numero di moli del gas ed R una costante avente il valore di $0,08205 \text{ litri} \cdot \text{atm} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$.

Per un gas reale si hanno molte equazioni di stato. La più comunemente usata è l'equazione di Van der Waals che si scrive, per una mole:

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \right) \cdot (V - b) = RT$$

essendo V il volume molare ed a e b delle costanti, fornite generalmente dalle tabelle e calcolate utilizzando le costanti critiche.

L'unità di calore Q è la chilocaloria (Kcal) definita come la quantità di calore che ceduta ad un chilogrammo di acqua ne fa innalzare la temperatura da $14,5$ a $15,5$ °C. Il rapporto fra la quantità di calore ΔQ fornita a un corpo e il corrispondente aumento di temperatura ΔT viene definito capacità termica del corpo

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

La capacità termica per unità di massa, detta calore specifico, è caratteristica della sostanza di cui il corpo è composto

$$c = \frac{C}{m}$$

Sia la capacità termica che il calore specifico dipendono dall'intervallo di temperatura; tuttavia a temperature ordinarie ed entro intervalli di temperatura ordinari, si possono, con buona approssimazione, considerare come costanti. Esistono apposite tabelle che riportano il valore di c per alcuni solidi ed alcuni gas.

ENUNCIATI DEI PROBLEMI

- 1) Una bombola contiene $0,02m^3$ di azoto (peso molecolare $M = 28,016$) alla pressione $p = 10^7 \cdot N \cdot m^{-2}$ ed alla temperatura di $17^\circ C$. Considerando l'azoto come un gas perfetto, si calcolino:
 - a) la massa dell'azoto;
 - b) la pressione, in atmosfere, che si avrebbe nella bombola dopo un riscaldamento fino alla temperatura di $80^\circ C$.

- 2) Quale è la temperatura del gas (perfetto) contenuto in un recipiente a pareti rigide se la sua pressione aumenta dell' 1% del valore iniziale quando viene riscaldato di $3^\circ C$.

- 3) Si valuti la spinta di Archimede a cui è assoggettato un uomo (volume 70 litri) posto che la pressione atmosferica sia pari a 1 atm e l'aria si trovi alla temperatura di $20^\circ C$. (Peso mol. medio dell'aria $M = 28,8$; volume occupato da una grammomolecola di aria in condizioni standard 22,414 litri).

- 4) 50 grammi di azoto liquido vengono introdotti in un recipiente del volume di 10 litri, inizialmente pieno d'aria a pressione atmosferica e alla temperatura di $27^\circ C$. Dopo un certo tempo si trova che la temperatura raggiunta dal recipiente e dal suo contenuto è di $0^\circ C$. Quale sarà la pressione nel suo interno? (peso molecolare dell'azoto 28).

- 5) Due bombole contengono rispettivamente $n_1 = 3$ e $n_2 = 5$ moli di un medesimo gas (da considerarsi perfetto) alla stessa temperatura e rispettivamente alle pressioni $p_1 = 10 \cdot atm$ e $p_2 = 3 \cdot atm$. Calcolare la pressione del gas quando le due bombole vengono messe in comunicazione tra loro per mezzo di un tubo di volume trascurabile e la temperatura è tornata quella iniziale.

- 6) Una bombola della capacità di 30 l contiene 5 kg di ossigeno; quale sarà la pressione del gas, alla temperatura di $20^\circ C$? Si effettui dapprima il calcolo considerando l'ossigeno come un gas perfetto e si confronti il risultato con quello che si ottiene ammettendo che valga l'eq. di Van der Waals con $a = 1,362$; $b = 0,0318$ quando pressione e volume siano misurati rispettivamente in atmosfere e in litri.

- 7) Un lungo tubo cilindrico verticale chiuso nella parte inferiore contiene aria per un'altezza $l = 10 \cdot cm$ e superiormente mercurio per un'altezza $h = 25 \cdot cm$. Se il tubo viene capovolto, con l'estremità chiusa verso l'alto l'aria occupa all'interno una regione di altezza $l' = 20 \cdot cm$ e la temperatura è quella iniziale. Da questa esperienza determinare il valore della pressione atmosferica, considerando l'aria un gas perfetto (densità del mercurio $d = 13,59 \cdot g \cdot cm^{-3}$).

- 8) In un recipiente isolato contenente 14 litri di acqua alla temperatura di $20^\circ C$ vengono introdotti 2 kg di ghiaccio alla temperatura di $-20^\circ C$. Calcolare la temperatura di

equilibrio (calore di fusione del ghiaccio $80 \cdot \text{cal} \cdot \text{g}^{-1}$; calori specifici: dell'acqua $1 \cdot \text{cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$, del ghiaccio $0,5 \cdot \text{cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$).

- 9) Quale temperatura minima deve possedere un pezzetto di rame perché, appoggiato su un blocco di ghiaccio a 0°C , vi si immerga completamente fondendo il ghiaccio? Si trascurino la conducibilità termica del ghiaccio e il riscaldamento dell'acqua di fusione. (Dati: calore spec. del rame $c = 0,09 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$; densità del rame $d = 8,8 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; densità del ghiaccio $d_1 = 0,92 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; calore di fusione del ghiaccio $c_f = 80 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1}$).
- 10) Un chilogrammo di argon ($M = 40$) occupa un volume di 10 litri alla temperatura di 300°K . Se ne calcoli la pressione utilizzando l'equazione di Van der Waals ($R = 0,0821 \text{ litri} \cdot \text{atm} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$; $a = 1,345 \text{ litri}^2 \cdot \text{atm} \cdot \text{mol}^{-2}$; $b = 0,0322 \text{ litri} \cdot \text{mol}^{-1}$).
- 11) Un cilindro verticale è chiuso da un pistone, mobile senza attrito, di peso $p = 10 \text{ kg}$. La pressione esterna, costante, è $P_0 = 76 \cdot \text{cm}_{\text{Hg}}$; la sezione del cilindro è $S = 100 \cdot \text{cm}^2$, la temperatura $t = 27^\circ\text{C}$. Si rinchiudono sotto il pistone $m_1 = 0,72 \cdot \text{g}$ di aria e $m_2 = 0,1 \cdot \text{g}$ di idrogeno di densità $d = 0,069$ rispetto all'aria. I due gas non reagiscono tra loro e sono considerati perfetti. Calcolare le pressioni p_1 e p_2 dei due gas.
- 12) Nei calcoli relativi alla pressione esercitata da un gas sulle pareti del recipiente che lo contiene, in generale si trascura la differenza di pressione tra punti a diversa quota. Per controllare l'ordine di grandezza dell'errore commesso in un caso particolare, si calcoli la massima variazione di pressione all'interno di un recipiente cubico avente spigolo pari a un metro, contenente 2 kg di ossigeno alla temperatura di 27°C . Si confronti il valore ottenuto con quello della pressione media del gas. ($R = 8,313 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot ^\circ\text{K}^{-1}$; peso mol. dell'ossigeno $M = 32$)