# Il principio di conservazione dell'energia meccanica

La fisica che abbiamo studiato fino ad ora, dovuta al lavoro di Newton e di Galileo, presuppone la conoscenza delle forze che agiscono su un sistema e della possibilità di determinare la loro risultante; si applica quindi l'equazione fondamentale **F**=m**a**, si ricava il modulo dell'accelerazione e la legge oraria del moto; quest'ultima fornisce il più alto contenuto di previsione del moto e dovrebbe permettere di stabilire la posizione del corpo in moto; quanto detto funziona molto bene nel caso di forze costanti e quando le forze sono variabili,ma si possono esprimere mediante una legge matematica; in effetti noi abbiamo considerato sistemi in cui la determinazione della risultante delle forze non presenta particolari difficoltà proprio perché le forze in gioco sono costanti ; nell'altro caso di forze variabili ma esprimibili mediante funzioni (naturalmente si tratta di modelli fisici), si riesce mediante equazioni differenziali a descrivere il moto e a prevederne l'evoluzione.

Allorché le forze sono continuamente variabili e non si riesce accettabilmente ad esprimerle in forma di funzioni elementari allora il metodo newtoniano non risulta più efficace ed occorre elaborare nuove strategie per risolvere le questioni che via via si presentano.

**Esempio**: Consideriamo le montagne russe e supponiamo che esse siano perfettamente funzionanti,i binari siano stati ben oleati e la giornata sia bella e priva di vento ; in altre parole stiamo cercando di trascurare tutti gli attriti e le resistenze varie ;naturalmente quello che stiamo proponendo è un **modello**, a cui comunque ci si può più o meno avvicinare.In base alla conformazione del sistema ci si rende facilmente conto che le forze a cui sono sottoposti i binari durante il moto risultano continuamente variabili e non si possono quindi applicare le equazioni finora studiate;

**Come affrontare questa nuova situazione, d'altra parte comune nella realtà?**

Occorre porsi in un'ottica del tutto nuova: quella delle leggi di conservazione e, nel nostro caso,d ella conservazione **dell'energia meccanica.** Quando portiamo un oggetto di data massa m ad una certa quota h rispetto al livello di riferimento,dotiamo l'oggetto di energia potenziale il cui valore è **U=mgh**; questa energia viene restituita sotto forma di energia cinetica **K=1/2mv$^2$** quando viene lasciato libero il corpo ; se la caduta avvenisse in assenza di aria la perdita di energia potenziale verrebbe compensata in ogni punto del tragitto dal guadagno di energia cinetica in modo che la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale in ogni istante rimanga costante; se chiamiamo energia meccanica una delle due forme di_energia in gioco, cioè potenziale e cinetica, allora diciamo che in assenza di attriti l'energia meccanica rimane costante, ovvero si conserva; in effetti se siamo in aria e l'oggetto è sferico e di piccole dimensioni e la giornata è priva di vento, quanto detto funziona ancora abbastanza bene e potremmo valutare ad esempio la velocità che il nostro corpo possiede in ogni punto durante il percorso di caduta; a tal proposito basta impostare e risolvere l'equazione seguente:

(energia potenziale alla quota h+energia cinetica alla quota h)=(energia potenziale alla quota h +energia cinetica alla quota h) ovvero in formule:

$$mgh+0=mgh'+1/2mv^2$$

essendo h' e v rispettivamente la nuova quota dell'oggetto e la sua velocità; l'addendo 0 si spiega tenendo presente che all'altezza massima h la velocità è nulla; risolvendo l'equazione rispetto a v si ottiene:

$$2mgh=2mgh'+mv^2 \quad \text{ovvero}$$

$$2gh=2gh'+v^2$$

$$2gh-2gh'=v^2$$

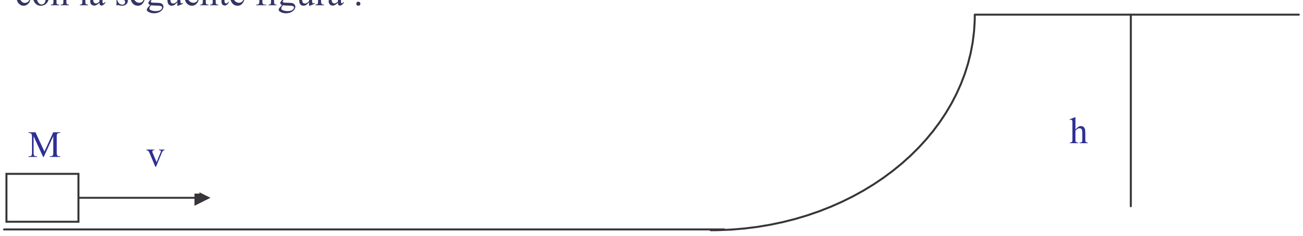
$$2g(h-h')=v^2$$

$$v=\sqrt{2g(h-h')} \qquad \text{e se } h'=0 \text{ si ottiene } v=\sqrt{2gh}$$

Si sono così ritrovate le relazioni già studiate per la caduta libera ; se vogliamo però trovare la velocità con cui si muove un binario sulle montagne russe dobbiamo applicare il principio di conservazione dell'energia meccanica e non abbiamo altri mezzi per risolvere il problema ; naturalmente valuteremo la massima velocità del binario in ogni punto del percorso , in quanto non sono mai del tutto eliminabili gli attriti di contatto o la resistenza dell'aria ,tuttavia troveremo un utile risultato ai fini pratici. In fisica si dice <u>sistema isolato un qualsiasi sistema su cui non agiscono forze esterne  ma solo interne al sistema;</u> pertanto il principio di conservazione dell'energia meccanica valido in tale modello afferma che:

**Nei sistemi isolati l'energia meccanica si conserva**

Ritorniamo al nostro esempio delle montagne russe,di cui schematizziamo un tratto con la seguente figura :




Il blocchetto di massa m si muove con velocità **v** ; quanto deve valere v affinché l'oggetto riesca a risalire e proseguire con velocità di modulo 2/3 v? Il problema si risolve facilmente applicando il principio di conservazione dell'energia meccanica; infatti basta impostare l'equazione:

(energia meccanica iniziale )=(energia meccanica finale)

$$1/2\ M\ v^2 = M\ g\ h + 1/2\ M\ (2/3\ v)^2$$

Infatti inizialmente l'energia è solo cinetica, mentre quando il blocco risale è sia cinetica sia potenziale; risolvendo rispetto a v si ha:

$$1/2\ v^2 = g\ h + 2/9\ v^2 \quad \text{ovvero:}$$

$$9\ v^2 = 18\ g\ h + 4\ v^2$$

$$5\ v^2 = 18\ g\ h$$

$$v^2 = 18/5\ g\ h \qquad \text{ed infine :}$$

$$v = \sqrt{(18/5\ g\ h)}$$

Si osservi che tale problema non può essere risolto con i metodi della dinamica newtoniana. La fisica dei grandi principi di conservazione (studieremo presto anche il principio di conservazione della quantità di moto) permette di affrontare questioni più generali.

## Principio di conservazione dell'energia in forma più generale

Abbiamo trattato il principio di conservazione dell'energia meccanica che vale nei sistemi isolati ,quando cioè siamo in presenza di forze conservative, come la forza peso o la forza elastica ; naturalmente si tratta di situazioni ideali in quanto nella realtà non si possono eliminare del tutto attriti e resistenze varie; tuttavia possiamo ancora applicare il fondamentale **teorema dell'energia cinetica**, il quale afferma che il lavoro è pari alla variazione dell'energia cinetica:

$$L = K - K_o \qquad \text{che vale in ogni sistema}$$

Nel nostro caso il lavoro è dato dalla somma del lavoro fatto dalle forze conservative e da quello fatto dalle forze non conservative ; d'altra parte sappiamo che la caratteristica essenziale delle forze conservative è l'esistenza di una funzione, l'energia potenziale U, tale che il lavoro risulta dato dalla variazione di tale funzione cambiata di segno, pertanto si può scrivere :

$$L(\text{forze conservative}) + L(\text{forze non conservative}) = K - K_o$$

$$-\Delta U + L(\text{ forze non conservative}) = K - K_o \quad \text{da cui}$$

$$L(\text{forze non conservative}) = \Delta U + \Delta K \quad \text{cioè}$$

$$L(\text{forze non conservative}) = (\text{variazione dell'energia meccanica})$$

Ci chiediamo dove finisce questa energia; è facile rendersi conto che **alla perdita di energia meccanica corrisponde una comparsa di calore** , la quale è un'altra forma con cui l'energia si presenta; la trasformazione di lavoro in calore e viceversa è studiata da un'importante branca della fisica, la termodinamica.

## Esempio n. 1

**1)** Un pallone di massa 1 kg, lasciato libero da un'altezza h=10 m , risale fino ad h' = 9 m . Spiegare cos'è accaduto.

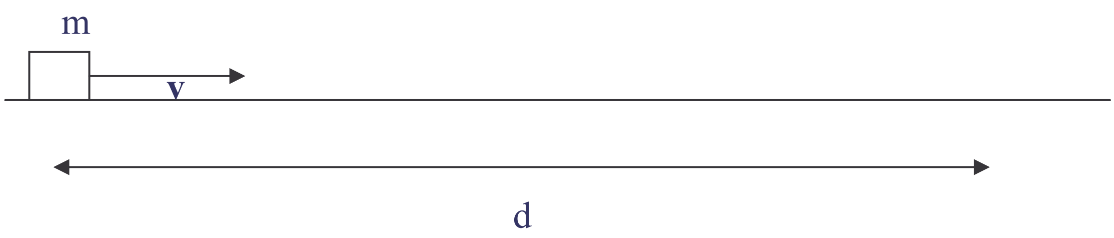
- Si può affermare che l'energia meccanica non si è conservata poiché il pallone non è risalito alla medesima quota; hanno agito forze dissipative, quali attriti e resistenze, il cui lavoro risulta pari alla variazione dell'energia meccanica. Alla quota iniziale l'energia è solo potenziale ed è uguale a $U_1$=mgh ; all'altezza finale l'energia è ancora potenziale ed è data da $U_2$=mgh', pertanto l'energia persa,pari al lavoro delle forze non conservative, ineliminabili nella realtà, è:

$$L = U_1 - U_2 \Longrightarrow L = m\,g\,(h - h') = 1\ Kg \cdot 9.8\ m/s^2 \cdot (10 - 9)m = 9{,}8\ J$$

Poiché l'energia meccanica iniziale è 98 J, l'energia dissipata è pari al 10% di quella iniziale.

## Esempio n. 2

**2)** Un blocco di massa m =20 Kg viene lanciato su un percorso piano con velocità di modulo v =20 $ms^{-1}$ e si ferma dopo un tratto lungo d = 20 m; determina il valore del coefficiente di attrito radente $\mu$ .




- In base al teorema lavoro-energia possiamo scrivere:

$$L = K - K_o \quad \text{ed ,essendo } K = 0\text{, abbiamo:}$$

$$L = -K_o \quad \text{cioè} \quad L = -\ 1/2\ m\, v^2$$

$$\text{Essendo inoltre} \quad L = -\mu\, m\, g\, d \quad \text{si ha:}$$

$$-\ \mu\, m\, g\, d = -\ \tfrac{1}{2}\, m\, v^2 \quad \text{da cui:}$$

$$\mu\, g\, d = \tfrac{1}{2}\, v^2 \quad \text{ed infine:}$$

$$\mu = v^2 /(\ 2\ g\ d\ )$$

$$\text{e nel nostro caso} \quad \mu = (20\ ms^{-1})^2 \ /\ (\ 2 \bullet 9{,}8\ m\ s^{-2} \bullet 20\ m) = 0{,}06$$